

適応微分推定器を用いた
非線形摩擦力の推定と制御に関する研究

大分大学大学院工学研究科
博士後期課程
博士論文

2009年3月

満 永 浩 一

目次

第1章	序論	1
1.1	研究の背景と必要性	1
1.2	従来の研究と課題	2
1.3	目的および特徴	4
1.4	本論文の構成	6
第2章	制御対象と問題設定	7
2.1	はじめに	7
2.2	動的摩擦モデル	7
2.2.1	Dahl モデル	7
2.2.2	プリストルモデル	9
2.2.3	初期化積分器モデル	9
2.2.4	Bliman と Sorine モデル	10
2.2.5	潤滑定数モデル	11
2.2.6	LuGre モデル	12
2.2.7	各摩擦モデルの特徴	13
2.3	問題設定	14
2.3.1	運動方程式	14
2.3.2	本研究で対象とする運動モデル（線形モデル）と問題設定	15
2.3.3	本研究で対象とする運動モデル（非線形モデル）と問題設定	15
2.4	おわりに	16
第3章	速度推定器	23
3.1	はじめに	23
3.2	上限が既知の場合の符号関数を含むグラディエント型調整則	23
3.3	上限が既知である信号の速度推定器	27
3.4	シミュレーション - sin 信号の微分値	28

3.5	ローパスフィルタ付き微分器との比較	29
3.6	遅れ時間とノイズの影響	30
3.7	シミュレーション - パルス信号の微分値	31
3.8	おわりに	32
第4章	摩擦力の推定	50
4.1	はじめに	50
4.2	線形摩擦モデルの適応推定	51
4.2.1	適応オブザーバの設計-全状態が観測可能な場合	51
4.2.2	適応オブザーバの設計-位置だけが観測可能な場合	52
4.2.3	シミュレーション	57
4.3	非線形摩擦モデルの適応推定	60
4.3.1	全状態が測定可能な場合の適応推定	61
4.3.2	位置だけが測定可能な場合の適応推定	63
4.3.3	シミュレーション	63
4.4	加速度推定器による摩擦力の非モデルベース推定	68
4.4.1	速度推定	68
4.4.2	加速度推定	69
4.4.3	LMI 型適応則による適応オブザーバ	69
4.4.4	適応オブザーバの設計	71
4.4.5	単純な例	71
4.4.6	摩擦力の適応推定	71
4.4.7	シミュレーションの例	72
4.5	おわりに	74
第5章	摩擦補償器	81
5.1	はじめに	81
5.2	制御器の設計	81
5.2.1	全状態を測定できる場合の適応制御器	82
5.2.2	位置だけを測定できる場合の適応制御器	85
5.2.3	シミュレーション	87
5.3	目標信号に静止状態がある場合	89
5.4	Canudas de Wit らの補償器との比較	90
5.5	おわりに	90

第 6 章 結論	109
付 録 A ファジィ基底関数展開	111
付 録 B 静止摩擦係数，動摩擦係数と古典摩擦モデル	113
B.1 静止摩擦係数，動摩擦係数	113
B.2 古典摩擦モデル	113
B.2.1 クーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル	114
B.2.2 静止摩擦とクーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル	114
B.2.3 一般的動摩擦モデル	114
B.2.4 各摩擦モデルの特徴	115
付 録 C 消散性，受動性，リアプノフ関数	118
付 録 D Barbalat の補題	126
謝辞	129
参考文献	130

目次

2.1	応力 - ひずみ曲線 [26].	18
2.2	Dahl モデル：変位の関数としての摩擦力.	19
2.3	ブリストルモデル.	19
2.4	Bliman-Sorinne モデル：変位の関数としての摩擦力 [28].	20
2.5	LuGre 摩擦モデル.	20
2.6	リニアスライダ.	21
2.7	リニアスライダの駆動部.	21
2.8	バネ-質点系モデル.	22
3.1	ノイズのない入力信号波形 (実線) とその微分値 (点線).	33
3.2	ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形 (実線) とノイズのない入力信号波形の微分値 (点線).	33
3.3	ノイズのない入力信号波形の Park の手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).	34
3.4	ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).	34
3.5	ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).	35
3.6	ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) , Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).	35
3.7	ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の Park の手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).	36
3.8	ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).	36
3.9	ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).	37

3.10	ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).	37
3.11	定常応答が同じになるように調整したノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).	38
3.12	定常応答が同じになるように調整したノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).	38
3.13	定常応答が同じになるように調整しノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).	39
3.14	定常応答が同じになるように調整しノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).	39
3.15	適応微分推定器のゲイン線図.	40
3.16	ローパスフィルタ付き微分器のゲイン線図.	40
3.17	適応微分推定器の遅れ時間と積算二乗誤差.	41
3.18	遅れ時間と積算二乗誤差の適応微分推定器とローパスフィルタ付き微分器の比較.	41
3.19	適応微分推定器のノイズの影響 (左列: ノイズなし, 右列: ノイズあり).	42
3.20	ローパスフィルタ付き微分器のノイズの影響 (左列: ノイズなし, 右列: ノイズあり).	43
3.21	ノイズのない入力信号波形 (実線) とその微分値 (点線).	44
3.22	ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形 (実線) とノイズのない入力信号波形の微分値 (点線).	44
3.23	ローパスフィルタ付の微分器によるノイズのない場合の微分推定値.	45
3.24	ローパスフィルタ付の微分器によるノイズのある場合の微分推定値.	45
3.25	Park らの適応微分器によるノイズのない場合の微分推定値.	46
3.26	Park らの適応微分器によるノイズのある場合の微分推定値.	46
3.27	本論文で提案した適応微分器によるノイズのない場合の微分推定値.	47
3.28	本論文で提案した適応微分器によるノイズのある場合の微分推定値.	47
3.29	ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [3.8, 4.5]$).	48

3.30	ノイズのある入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [3.8, 4.5]$)).	48
3.31	ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [4, 4.5]$)).	49
3.32	ノイズのある入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [4, 4.5]$)).	49
4.1	テスト入力 u (点線) と出力 y (実線).	58
4.2	摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).	58
4.3	ノイズを付加した位置信号 $y + n$	59
4.4	ノイズを付加した場合の摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).	59
4.5	テスト入力 u (点線) と位置信号出力 y (実線).	66
4.6	摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).	66
4.7	位置信号 y (点線) とその適応オブザーバによる推定値 \hat{y} (実線).	67
4.8	速度信号 \dot{y} (点線) とその適応オブザーバによる推定値 $\hat{\dot{y}}$ (実線).	67
4.9	速度信号 \dot{x} (点線) とその推定値 $\hat{\dot{x}}$ (実線).	75
4.10	加速度信号 \ddot{x} (点線) とその推定値 $\hat{\ddot{x}}$ (実線).	75
4.11	粘性摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線).	76
4.12	粘性摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).	76
4.13	クーロン摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線).	77
4.14	クーロン摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).	77
4.15	LuGre 摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 1 \sin 0.3t$).	78
4.16	LuGre 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 1 \sin 0.3t$).	78
4.17	LuGre 摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 2 \sin 0.3t$).	79
4.18	LuGre 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 2 \sin 0.3t$).	79
4.19	LuGre 摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 5 \sin 0.3t$).	80
4.20	LuGre 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 5 \sin 0.3t$).	80
5.1	時間範囲 $[0, 300]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). 雑音なし.	92

5.2	時間範囲 [0, 300] での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	92
5.3	時間範囲 [0, 100] での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), 雑音なし.	93
5.4	時間範囲 [0, 100] での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	93
5.5	速度 \dot{y} (実線) とその推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線), 雑音なし.	94
5.6	速度 \dot{y} (実線) とその推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	94
5.7	入力信号 u , 雑音なし.	95
5.8	入力信号 u , $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	95
5.9	摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), 雑音なし.	96
5.10	摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	96
5.11	時間範囲 [0, 300] での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). 雑音なし.	97
5.12	時間範囲 [0, 300] での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	97
5.13	時間範囲 [0, 100] での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), 雑音なし.	98
5.14	時間範囲 [0, 100] での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	98
5.15	速度 \dot{y} (実線) とその推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線), 雑音なし.	99
5.16	速度 \dot{y} (実線) とその推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	99
5.17	入力信号 u , 雑音なし.	100
5.18	入力信号 u , $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	100
5.19	摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), 雑音なし.	101
5.20	摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	101
5.21	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線).	102
5.22	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$).	102
5.23	静止状態がある基準信号の場合の摩擦力.	103
5.24	静止状態がある基準信号の場合の摩擦力 ($t=[240,270]$).	103
5.25	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	104

5.26	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.	104
5.27	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($f_s =$ $15[N], \sigma_2 = 0.1[kg/s]$).	105
5.28	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$)($f_s =$ $15[N], \sigma_2 = 0.1[kg/s]$).	105
5.29	静止状態がある基準信号の場合の摩擦力 ($f_s = 15[N], \sigma_2 = 0.1[kg/s]$).	106
5.30	静止状態がある基準信号の場合の摩擦力 ($t=[240,270]$)($f_s = 15[N], \sigma_2 =$ $0.1[kg/s]$).	106
5.31	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加 ($f_s = 15[N], \sigma_2 = 0.1[kg/s]$).	107
5.32	静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加 ($f_s = 15[N], \sigma_2 = 0.1[kg/s]$).	107
5.33	提案した補償器の出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). $N(0, 10^{-3})$ のノイズを付加.	108
5.34	Canudas de Wit らの補償器の出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点 線). $N(0, 10^{-3})$ のノイズを付加.	108
B.1	クーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル.	116
B.2	静止摩擦とクーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル.	116
B.3	一般的動摩擦モデル.	117

第1章 序論

1.1 研究の背景と必要性

摩擦は高精度の位置決め制御を行うサーボ系を構成する際に重大な影響を与える。例として、追従誤差、リミットサイクル、スティック・スリップ現象（物体を滑らす時に途中で引っかかったり滑ったりを繰り返す現象）などを引き起こすことが知られている。特に、非線形摩擦である静止摩擦とクーロン摩擦は様々な要因に起因し、その値は動作条件によって変動するため、正確な解析と同定は非常に困難である。近年関心を集めている超高精度微細加工を目指した可動テーブルの位置決め制御機構のような、メカトロニクス機器の発達に伴い、より高性能なサーボ機構が求められている。このような位置決め機構の多くに用いられる送り駆動系においても、非線形摩擦である静止摩擦とクーロン摩擦は追従誤差やリミットサイクルを引き起こすことから、その推定と補償が重要な問題となっている。

摩擦の推定のために、多くの摩擦モデルが提案されている。基本的にこれらのモデルは、2つのカテゴリ：動摩擦モデルと動的摩擦モデルに分けられる。動摩擦モデルは、ストライベック効果、粘性摩擦、増加する静摩擦、摩擦の記憶効果のような実験的に観測された摩擦効果を考慮に入れている [1]。これらのモデルは速度と時間の関数である。時間に依存する摩擦効果を含む7つのパラメータによる摩擦モデルが文献 [1] で与えられている。摩擦モデルのもう1つのカテゴリは、状態または動的摩擦モデルを含んでいるものであり、これは摩擦を生じる機構をブリストルと呼ばれる微細な毛の抵抗として、具体化したものである [1, 2]。これらのモデルは潤滑面のすべりに関する効果を含むだけでなく、LuGre モデル [3] のような先行滑りの変位をモデル化するように作られている。一方、古典的動摩擦モデルは動的摩擦モデルよりも単純である [1, 4, 5]。このモデルは動的な摩擦効果を含まず、先行滑りの変位もモデル化していないが、大きな変位を伴う場合には十分使えるもので、かつ複雑なアルゴリズムを必要とせず、計算パワーを要求しない利点もある [6]。このように、多様なモデルが存在することから、対象の摩擦力を推定するためには、制御目的と対象に応じて、これらの摩擦モデルを実測値に適合するように、パラメータ同定を行う必要がある。

また、摩擦補償には、フィードバック型およびフィードフォワード型を含む様々な方法が従来から提案されている [1]. これらでは、位置と速度の値を用いたフィードバックあるいはフィードフォワードのトルク/カーループをプラント摩擦の補償を行うために使っている. この手法は正確な摩擦モデルが必要であるため、摩擦を引き起こすパラメータを同定する必要がある. 摩擦のオフライン同定は、[1, 7] で取り扱われている. B. Armstrong らは、静止摩擦を多くの別々の実験から測定する簡単な手法を提示している [7]. I.P. Ro らは摩擦と速度の関係を見つけるために、いくつかの定速度運動を用いている [8]. 事前の同定実験を必要としない摩擦の推定と制御のためにオンライン同定や、適応制御法がよく用いられている [9, 10]. ここでは、非線形低次元オブザーバが摩擦力を推定するために用いられている. 摩擦を補償するためには、発生する摩擦力をなるべく正確に打ち消すような制御系が要求される.

1.2 従来の研究と課題

摩擦がたとえ高い精度でモデル化できたとしても、位置決めと追従精度に影響を与えたり、振動を引き起こすようなわずかなズレが常に存在する可能性があることから、システム応答に関する摩擦のズレへの影響を調べる必要がある. この目的のために、1) 位相面解析 [1, 11], 2) 代数解析 [12], それに、3) 単一入力記述関数 (SIDF) 解析 [1] などのようないくつかの手法が提案されている. SIDF 解析は摩擦を持つ系を解析する基本ツールの 1 つであり、2 つの異なる手法で構成され、メモリレス要素の制御器と摩擦要素および制御対象によって構成されている [1]. 1) の手法を用いると、クーロン摩擦およびクーロン摩擦+静摩擦を伴う PID 制御の場合に、リミットサイクルの発生する条件を検証することができる [5]. この結果は代数解析の結果と比較することで検証されている [1, 12]. また Canudase de Wit らはクーロン摩擦が摩擦補償の基本として用いられるときに起きる過補償に起因するリミットサイクルを避けるための条件を検証した [13]. さらに摩擦の過補償から起きる振動の振幅の現象と振動数の改善のための制御則を提案している [14].

特に、E. Papadopoulos らは、定常状態と追従応答の両方を改善する目的で、サーボ機構を制御する際に摩擦と剛体モデルを用いている [15]. ここでは、古典的な摩擦モデル、一般的な動摩擦モデル、およびサーボ機構の動摩擦効果の観測値を記述できる修正型の動摩擦モデルが用いられている. 動摩擦モデルのパラメータはすべてのモデルにおいて、瞬時位置と速度の関数として実験的に同定されている. ついで、SIDF 解析が摩擦補償によるリミットサイクル発生を推定するために用いられ、摩擦補償器の設計

指針が確立されている。さらに、ステップ入力や追従制御のような大きな変位を伴う問題に摩擦補償が適用されている。その結果、サーボ問題では、修正型の動摩擦モデルによる摩擦補償をもつモデルベース制御則を用いる場合に最も良い応答が得られている。

また佐藤らは、可動テーブルとガイドレールの間などで発生する摩擦現象を LuGre の摩擦モデルとして表現し、制御する方法を提案している [16]。摩擦モデル内の物理パラメータが部分的に既知として議論を進める手法が多く示されているが、実際は未知であり、さらに複雑な非線形項を含んでいる。このため、佐藤らの提案より以前の論文では、未知の物理パラメータを適応的に推定し、非線形項をニューラルネットワークにより近似し、さらにニューラルネットワークによる近似誤差を補償するために切替関数を用いる方法が提案されている。しかし、切替関数はメカトロニクス系では使用が望ましくないとされている。このため、この文献では、ニューラルネットワークによる近似誤差をシステムに加わる一種の外乱とみなし、適応型 H_∞ 制御系を逆最適性に基づき構成する手法を提案している。

このように摩擦補償を行うためには、摩擦の非線形特性をいかに表現するかがポイントになる。ニューラルネットワークを用いた方法が提案されているが、ファジィ理論も複雑な非線形システムを表現する方法であることから [17]、摩擦特性の表現においても有効であると考えられる。Wang らはファジィ理論を用いて、コンパクト集合上の任意の非線形関数を一様近似できること、つまり、任意の非線形関数がファジィメンバーシップ関数の展開形として表されることを示し [18]、これをファジィ基底関数展開 (FBFE) と呼んだ。さらに、Wang らは非線形システムに対して、安定な適応ファジィコントローラを設計した [19]。また、ファジィ基底関数展開をモデル規範型適応制御 [20] や適応スライディングモード制御に適用する研究もなされている。これらの研究においては、ファジィ基底関数展開の展開係数を適応的に推定することが主となるが、従来の研究においては推定則を構成するために全状態値が必要とされている。しかしながら、実際の状況ではプラントの全状態を観測することは不可能であるので、出力フィードバックに基づいた推定則を導出しなければならない。

従来の摩擦力の推定および補償に関する研究は、位置信号と速度信号の両方の測定が必要なものと位置信号だけを測定し、速度推定を行うものに大別される。

位置信号と速度信号の両方の測定が必要な研究では、摩擦の非線形性を表現する摩擦モデルとして Canudas de Wit らが提案した LuGre モデルが注目され、多くの研究で制御対象のモデルとして使われている。しかし位置信号と速度信号の両方の測定が必要であるため複数のセンサが必要なことからコストや実装スペースの問題によりエンコーダなどの位置センサしか実装されてないために速度信号の測定ができない場合に

使用できない。位置信号だけを測定し、速度推定を行う方式には、Friedland らが直接速度を測定せずに摩擦力を推定し、補償する制御器を提案した [21] が、摩擦の物理モデルを用いて速度オブザーバを提案しており、LuGre モデルには適用できない。また Laura らが拡張 Kalman-Bucy フィルターを使用して速度推定する提案を行った [22] が、この Kalman-Bucy フィルターは速度信号をテーラー展開近似しているため、短時間の推定でしか有効ではない。

本論文では基本的に、位置信号と速度信号の両方の測定が必要な方式を、速度推定を行うことで実際には位置信号だけを測定し速度信号は推定値に置き換えるものである。つまり比較的測定が容易な位置信号のみ観測できるものとして、位置信号から速度を推定するため、モデルを必要としない速度推定器を用いて摩擦力推定と補償を行う問題を取り扱う。

1.3 目的および特徴

本論文の目的と特徴は、次のとおりである。まず位置信号から速度を推定するため適応微分推定器を設計する。もちろん理論上は位置信号の数学的微分値が速度信号であるが、実際の位置信号の測定値には機器誤差や偶然誤差などによって必ずいくらかの誤差が含まれるため、単に位置信号の観測値の数学的微分値を求めると誤差や雑音の影響が大きく摩擦力推定に使用することはできない。また従来 Park らが提案した (文献 [23]) 適応微分推定器は速度変化が小さいときには、速度が一定値のパラメータと見なして推定している。速度の変化が大きくなる場合には多項式近似 (テーラー展開近似) を用いている。ただし、この文献で対象としている画像処理においては、多項式近似しなくてもパラメータ一定と見なした速度推定器である程度の性能が得られることを計算機シミュレーションで明らかにしている。

本論文では、上記の結果を、速度が時間的に変化しても、速度推定器に符号関数を追加することにより、推定値の性能を向上することができることをリアプノフの安定論を用いて証明する。設計した速度推定器は Kalman-Bucy フィルターのような短時間の推定でしか有効ではないという問題がなく、数学的微分値にローパスフィルタを使用する場合よりも外乱の影響を受けにくく、さらに特定のモデルに依存しないという特徴を持つ。

次に線形摩擦モデルについて速度推定器を入れても誤差が有界値になることを保証する定理を証明する。この定理は、ファジィ基底関数展開を導入することにより、非線形摩擦モデルに対しても適用できる一般的なものである。

さらに、最近注目されている動的摩擦モデルである LuGre モデル [3] に対する摩擦
力推定を取り扱う。LuGre モデルは未知の測定不可能な内部状態を有しているが、位置
と速度の両方が測定可能である場合には、その上限値が推定できることが知られている
[3]。本論文では非線形摩擦モデルについて位置と速度の全状態が測定可能な場合と位置
だけが測定可能な場合の 2 つの場合にファジィ基底関数展開を用いて非線形関数を
近似することで安定性の証明を上記の線形摩擦モデルの場合と同じものに帰着する。

松尾らは文献 [24] で、飽和やデッドゾーンなど入力だけの非線形関数あるいは出力だ
けの非線形関数が制御対象に含まれる場合にファジィ基底関数展開を用いて適応推定
を行っている。入力、出力共に入手可能な信号であるので、入手可能信号から構成され
る非線形性の推定を行っているわけである。このため速度の関数となる摩擦力は、速度
が測定可能でない場合には、この手法を適用することはできない。そこで、このファジィ
適応同定法を応用し、時変信号に対応した速度推定器を適用する。非線形摩擦モデルの
場合に、比較的測定が容易な位置だけが測定可能な場合に速度を直接測ることなく、速
度推定器を用いて、摩擦力の上限を推定する。得られた上限値は摩擦力を補償するた
めに用いることができる。提案手法の有効性は MATLAB/Simulink を用いた数値シミュ
レーションを行い確認する。数値シミュレーションでは測定した位置信号にガウスノイ
ズが混入した場合についても検証し、提案した推定器がノイズに対してロバストである
ことを確認する。

非線形摩擦力の推定では非線形摩擦モデルを必要とするが、摩擦現象は複雑であり
LuGre モデルも近似でしかない。このため摩擦モデルを必要としない摩擦力推定器を
提案する。摩擦力の非モデルベース推定法として加速度推定器を使用して摩擦モデル
なしで摩擦力を推定するため、位置を測定した結果から加速度を推定する適応推定器を
設計する。この適応推定器の相対次数は 2 であるため正実化適応構造を適用するこ
とができないため、加速度推定器は LMI 型適応調整則のような非正実化適応構造を提案
する。この推定器で摩擦力を推定できることを数値シミュレーションにより粘性摩擦モ
デル、クーロン摩擦モデル、LuGre モデルのそれぞれについて確認する。

最後に、非線形摩擦モデルの LuGre モデルを対象としてファジィ基底関数展開近似
による制御器を設計し、これを利用してまず位置と速度の全状態が測定可能な場合の適
応制御器を、Canudas de Wit らの結果 [25] を用いて設計し、パラメータ調整則によ
って摩擦力補償に必要なパラメータを計算できることを保証する。さらに位置だけが測
定可能な場合にも、提案した速度推定器を用いて、摩擦力補償に必要なパラメータを
計算できることを保証し、非線形摩擦モデルの摩擦による影響を補償する適応制御器を
設計し、シミュレーションによりその有効性を検証する。

摩擦力を推定し，補償する手法は多くの研究者によってなされているが，本論文の貢献は，位置センサから速度を推定する新たな計算アルゴリズムを提案したことである．このアルゴリズムは速度を時変パラメータとみなして推定するという発想に基づいている．このために，真値への収束とノイズに対するロバスト性を保証する時変パラメータ推定法を提案している．さらに，従来の位置センサと速度センサの両方を必要とする摩擦推定法ならびに補償法において，速度信号をこの微分推定器で置き換えた場合の安定性を証明している．このような手法は位置センサしか実装できないメカトロニクス系の内部状態の推定と制御を，速度センサを装備した制御系の性能に近づけることができることを示唆している．

1.4 本論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである．第2章ではリニアスライダを例として動的摩擦モデルの運動方程式を定式化するとともに，摩擦モデルの推定と補償を行う問題を設定する．第3章では位置のみしか測定できない場合に速度の推定のために本論文で使用した適応微分推定器について解説する．第4章では粘性摩擦係数の推定方法について提案しさらに線形摩擦モデル，非線形摩擦モデルのそれぞれについて位置と速度が出力の場合と位置だけが出力の場合のそれぞれについて適応推定器を設計する．また加速度を推定することでモデルなしでも摩擦力を推定できる適応推定器を設計する．そして第5章では摩擦力の適応推定器の出力から摩擦による影響を補償する適応制御器を設計し，効果を確認する．最後に第6章で結論を述べる．

第2章 制御対象と問題設定

2.1 はじめに

摩擦は複雑な物理現象であり，摩擦力の大きさを決定するパラメータには表面粗さ，温度，法線方向応力，相対速度など種々の特性が関係するため本当の物理特性はまだ完全に解明されてはいない．このため多くの摩擦モデルが提案されており，制御対象に適したモデルを選定する必要がある．

本章では動的摩擦モデルについて検討し，本研究の制御対象のモデル化に適したモデルを選定する．そしてこれを用いて運動モデルを構築し，問題設定を行う．

2.2 動的摩擦モデル

最近，精密なサーボ機構を目的に，動的摩擦モデルがいくつか提案されている．ここでは6つのモデルについて検討する [4]．

2.2.1 Dahl モデル

Dahl モデルは，軍事プロジェクトにおいて，摩擦をもつ制御系をシミュレーションする目的でつくられた．Dahl はボールベアリングをもつサーボ系における摩擦のいくつかの実験から始め，ベアリング摩擦と固体摩擦が同じような現象であることを発見した．Dahl はボールベアリング摩擦を持つ系をシミュレーションするのに用いる比較的簡単なモデルを構成した．Dahl モデルの出発点は，古典的な固体力学における応力 - ひずみ曲線 (図 2.1) [26] である．

応力 - ひずみ曲線とは，材料の引張試験によって得られ，材料に一軸引っ張り荷重を加えると降伏点より小さい応力では弾性的挙動を示し，降伏点より大きい応力を負荷とすると塑性的変形が起こり，ついに破断する．試験で得られる情報は荷重と伸びの関係であるが，寸法や形状の異なる試験片の間の比較のため，応力とひずみの関係に変換して応力 - ひずみ線図として普遍化して表す．断面積 A_0 ，標点距離 l_0 の試験片を荷

重 P で引っ張ったとき，棒は一様に伸びて断面積 A ，標点距離 l になったとする．

$$\sigma_n = \frac{P}{A_0} \quad (2.1)$$

$$\epsilon_n = (l - l_0)/l_0 \quad (2.2)$$

をそれぞれ公称応力 σ_n ，公称ひずみ ϵ_n という．図 2.1 は公称応力 - 公称ひずみ線図の模式図である．一般に金属材料の応力 - ひずみ線図は 2 つの形態に分けられる．すなわち軟鋼のように降伏点が現れる材料 (図 2.1(a)) と，アルミニウムのように明瞭な降伏点を示さない材料 (図 2.1(b)) とがある．このように顕著な降伏点を示さない材料の場合は一定の永久ひずみ (通常は 0.2 %) を生ずるときの応力をとり，これを耐力と呼び，変形開始点とみなしている [26]．

Dahl は応力 - ひずみ曲線を微分方程式によりモデル化した．Dahl モデルは，次式で表される．

$$\frac{dF}{dx} = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_c} \operatorname{sgn}(v) \right)^\alpha \quad (2.3)$$

ただし x は変位， v は速度， F は摩擦力， F_c はクーロン摩擦力， σ は剛性係数またはバネ定数， α は応力-ひずみ曲線の形状をきめるパラメータで通常 $\alpha = 1$ を用いる． α が大きいときには応力-ひずみ曲線は大きく曲がる．もしも初期値が $F(0) < F_c$ ならば，摩擦力 $|F|$ は決して F_c よりも大きくなることはない．

図 2.2 に変位と摩擦力の関係を示す．ただし，摩擦力の符号は発生する方向を正としている．

このモデルでは摩擦力は変位と速度の符号のみの関数に注目する必要がある．これは摩擦力が位置のみに依存することを意味している．また，ヒステリシス特性をもつことも図からわかる．

時間領域モデルを得るために，Dahl は次のような変形を行っている．

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dF}{dx} v = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_c} \operatorname{sgn}(v) \right)^\alpha v \quad (2.4)$$

これは通常のクーロン摩擦を一般化したものになっている．Dahl モデルはストライベック効果もスティクションのどちらも取り入れられていない． $\alpha = 1$ の場合には，Dahl モデルは次式のようになる．

$$\frac{dF}{dt} = \sigma v - \frac{F}{F_c} |v| \quad (2.5)$$

ここで $F = \sigma z$ なる変数を導入すると、次式のように書き直すことができる。

$$\frac{dF}{dt} = v - \frac{\sigma|v|}{F_c}z \quad (2.6)$$

2.2.2 ブリストルモデル

Haessig と Friedland は 2 つの面の間での微視的な接触点の挙動を摩擦モデルに組み入れる試みを行った [27]。接触面の不均一性により、接触点数と接触位置はランダムであると考えざるを得ない。接触の各点は、曲がりやすい毛の結合であるとモデル化されている。これを図 2.3 に示す。接触表面が互いに相対的に動くにつれて、結合におけるひずみが増加し、ブリストル（毛）はバネのように振舞う。この力は、次式で表される。

$$F = \sum_{i=1}^N \sigma_0 (x_i - b_i) \quad (2.7)$$

ただし、次のようになっている。 N : 毛の数, σ_0 : 毛の剛性係数, x_i : 毛の相対位置, b_i : 結合の発生する位置, 毛による結合はランダムに発生するとしている。また、毛の数を増やすにつれて複雑性が増加する。このようなモデルはその複雑さからシミュレーションには向かない。また、毛のモデルで減衰を考慮していないので、ひっかかり動作が振動を生む可能性がある。

2.2.3 初期化積分器モデル

Haessig と Friedland は、さらに初期化積分器モデルを提案している [27]。このモデルは、計算可能なブリストルモデルの修正版と見ることができる。毛の跳ね上がりの代わりに、結合が一定で、破断点でのひずみの増加が限定的という仮定が置かれている。このモデルでは、結合のひずみを決定する補助状態変数 z が用いられ、次式のように記述されている。

$$\frac{dz}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{if } (v > 0 \text{ and } z \geq z_0) \text{ or } (v < 0 \text{ and } z \leq z_0) \\ v, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.8)$$

このとき、摩擦力は次式で与えられる。

$$F = (1 + a(z))\sigma_0(v)z + \sigma_I \frac{dz}{dt} \quad (2.9)$$

ただし, $\sigma_I \frac{dz}{dt}$ は引っかかりのときのみ働く減衰項である. 減衰係数は, 結果なるバネ-質点-ダンパ系が望まれる相対的な減衰特性を与えるように選ばれる. スティックションは, 次式のように関数 $a(z)$ で実現されている.

$$a(z) = \begin{cases} a, & \text{if } |z| < z_0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.10)$$

これは, もし $|z| < z_0$ であるならば, このモデルは引っかかりを記述しており, このときには摩擦力は z の関数である. 歪みが最大値 z_0 に近づくとつれて, 変数 z は一定値になり, $a(z)$ はゼロになるので, 摩擦力は下降する. スリップしているときの摩擦力は $\sigma_0(v)$ で与えられる速度の任意関数である. この初期化積分器モデルはプリストルモデルよりもずっと簡単であるが, 不連続性があるために, 使う場合には多少の注意が必要である.

2.2.4 Bliman と Sorine モデル

Bliman と Sorine は, Rabinowicz の実験結果をもとに, ある種の動的モデルを提案している [28, 29]. ここでは, 摩擦の大きさは $\text{sgn}(v)$ のみに依存するとし, みちのり変数 s が次式のように定義される.

$$s = \int_0^t |v(r)| dr \quad (2.11)$$

Bliman-Sorine モデルでは, 摩擦は道のりのみの関数であり, いかにか速く動こうが道のりが同じであれば同じものとみなす. これは, 他で導入されたヒステリシスの動的理論 [30] を用いることを可能にする. モデルはみちのり変数を独立変数とした線形系として次式のように表される.

$$\frac{dx_s}{ds} = Ax_s + Bv_s \quad (2.12)$$

$$F = Cx_s \quad (2.13)$$

ただし, $v_s = \text{sgn}(v)$ である. Bliman-Sorine モデルには, 別の意味での複雑さがある. 1次モデルは次式のようになる.

$$A = -\frac{1}{\epsilon_f}, \quad B = f_1 \epsilon_f, \quad C = 1 \quad (2.14)$$

このモデルは, 次式のように書きなおすことができる.

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{ds} \frac{ds}{dt} = |v| \frac{dF}{ds} = \frac{f_1}{\epsilon_f} \left(v - |v| \frac{F}{f_1} \right) \quad (2.15)$$

これは, $F_c = f_1, \sigma = \frac{f_1}{\epsilon_f}, \alpha = 1$ とみた Dahl モデルに一致する. このため, 1 次モデルはスティクションを含まず, Rabinowicz により観測された特定のはがれ距離での摩擦ピークをも取り込んでいない. しかしながら, 次の 2 次系を導入することにより, それが可能になる.

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\eta\epsilon_f} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\epsilon_f} \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{f_1}{\eta\epsilon_f} \\ -\frac{f_2}{\epsilon_f} \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

ここで, $f_1 - f_2$ は s で指数的に近づく動摩擦の値に一致する. このモデルは, 速い Dahl モデルと遅い Dahl モデルの並列結合とみなすことができる. 速いモデルは遅いモデルよりも定常状態で高い摩擦をもっている. 遅いモデルからの摩擦は速いモデルから差し引かれ, これがスティクションピーク (図 2.4) になる [28]. 1 次および 2 次モデルの両方とも, 消散的 (dissipative) であることが証明できる. また, Bliman と Sorine は $\epsilon_f \rightarrow 0$ のとき, 1 次モデルは古典的なクーロン摩擦モデルとして振舞い, 2 次モデルはクーロン摩擦と粘性のある古典モデルとして振舞うことがわかる. 2 次モデルのストライベック効果はストライベックにより観測されたものと同じではないことに注意が必要である. 2 次モデルで模擬している効果は, 動きが始まった後のある距離で存在するものである. これは, 動きが遅くなったときには現れないことを意味している.

2.2.5 潤滑定数モデル

たいいていの工学的応用での摩擦面は潤滑剤が存在する. そこで, 摩擦モデルは流体力学を用いて導出される. 粘性摩擦は簡単な例であるが, 他のモデルも存在する. Harnoy と Friedland は, 潤滑油をさしたジャーナルベアリングの流体動力学に基づいたモデルを導入している. モデルは摩擦力の動特性に重きをおいている. ベアリングの離心率 ϵ は摩擦力を決定する際の重要な変数である. 単純化したモデルは次式で与えられる.

$$F = K_1(\epsilon - \epsilon_{tr})^2 \Delta + \frac{K_2}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} v \quad (2.19)$$

右辺第 1 項は, ざらざらの接触面の剪断性, 第 2 項は潤滑油による粘性を意味して

いる. δ は指標関数で, 次式で与えられる.

$$\Delta = \begin{cases} 1, & \text{for } \epsilon > \epsilon_{tr} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.20)$$

これは, 小さな離心率の場合には, ざらざらの接触面による摩擦はないとしていることを意味している. 離心率は4次の微分方程式により与えられ, これは潤滑面の圧力分布を決定する. このモデルは5つのパラメータを要求する. シミュレーションはHessとSoomの観測に大変近い挙動を示す. スリーブコンプライアンスを含む拡張も行われている. 滑りとひっかかりの切り替えがあるときには, モデルはもっと複雑になり, 初期値の決定が必要になる.

2.2.6 LuGre モデル

LuGre モデルはCanudas de Witらにより提案されている動的な摩擦モデルである[3]. この拡張がOlssonによりなされている[2]. このモデルはHaessigとFriedlandの摩擦のプリストルモデルによる解釈に関係している. 摩擦は弾性バネの平均的なたわみとしてモデル化されている. 接線方向の力が加わったとき, プリストルはバネのようにそる. たわみが十分に大きいならば, プリストルは滑り始める. 定常状態運動における平均プリストルたわみは速度によって決まる. 低速度の時には, 平均プリストルたわみは, 比較すると低くなる. つまり, 定常状態たわみは速度が増加すると減少することを意味している. これは, 表面が潤滑面より離れて押される現象をモデル化し, ストライベック効果をモデル化する. このモデルはまた, 可変はがれ力と摩擦遅れのような速度依存摩擦現象も含んでいる. このモデルは次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \\ F &= \sigma_0 z + \sigma_1(v) \frac{dz}{dt} + f(v) \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

ただし, z は平均プリストルたわみ, 関数 $g(v)$ はストライベック効果をモデル化したものである. $g(v)$ の妥当な関数形は, 次式で与えられる.

$$g(v) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-(v/v_0)^2} \quad (2.22)$$

ここで, $\alpha_0 + \alpha_1$ は静止摩擦力に一致し, α_0 はクーロン摩擦力に一致する. v_0 はどのように $g(v)$ が範囲 $\alpha_0 < g(v) \leq \alpha_0 + \alpha_1$ 内で変化するかを決定するパラメータである.

このモデルは, 小さな変位に対しては, バネのように振舞う. ゼロ速度, ゼロ状態での線形化により, 次式が得られる.

$$\frac{d(\delta z)}{dt} = \delta v \quad (2.23)$$

$$\delta F = \sigma_0 \delta z + (\sigma_1(0) + f'(0)) \delta v \quad (2.24)$$

ただし、パラメータ σ_0 はプリストルの弾性係数で、 $\sigma_1(v)$ は減衰係数である。定速度の場合、定常状態摩擦力は次式となる。

$$F = g(v) \operatorname{sgn}(v) + f(v) \quad (2.25)$$

ここで、 $f(v)$ は粘性摩擦をモデル化したものである。 $f(v)$ は、通常は、線形粘性摩擦 $f(v) = \alpha_2 v$ と選ばれる。(2.21) 式と (2.22) 式でモデル化される特別のモデルは、線形粘性摩擦と定数 σ_1 をもち、標準パラメータ化と呼ばれる。

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \quad (2.26)$$

$$g(v) = \alpha_0 + \alpha_1 e^{-(v/v_0)^2} \quad (2.27)$$

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \alpha_2 v \quad (2.28)$$

減衰 σ_1 は速度が増加すると減少する、つまり、次式のようにおく。

$$\sigma_1(v) = \sigma_1 e^{-(v/v_0)^2} \quad (2.29)$$

これは、速度が増加すると減衰特性が変化する物理的性質に起因しているが、もう1つの理由は、上式のようにおくと、モデルが消散的になるからである。図 2.5 に速度と摩擦力の関係を示す。速度が減少してゼロになった瞬間からさらに反対方向に速度が増加するわずかの間に平均プリストルたわみ z の影響でヒステリシス特性が表れている。

2.2.7 各摩擦モデルの特徴

古典摩擦モデルが含んでいない滑り前変位を表現するために、本章で述べた動的摩擦モデルが提案されている [2]。このうち Dahl モデルは速度を入力とし、摩擦力を出力とする構造を持つがストライベック効果もスティクションも考慮されていないため摩擦を持つ制御系の比較的簡単なシミュレーションを行う場合に使用する。プリストルモデルは2つの摩擦面の不均一性による微視的な接触点の挙動を曲がりやすい毛の結合としてモデル化しており、ランダムに発生する摩擦力の挙動を表現しているが、このモデルはその複雑さからシミュレーションには向かない。しかしその考え方は LuGre モデルに利用されている。初期化積分器モデルはプリストルモデルの毛の跳ね上がりの代わりに、結合が一定で、破断点でのひずみの増加が限定的と仮定することでシミュ

レーションを可能にしているが静止時と動作時の境界に不連続性があるため動きはじめの摩擦力を正確に表すことができない場合があることに注意が必要である。Bliman と Sorine モデルは道のりを入力とし、摩擦力を出力とする構造を持っており、これは摩擦力が動きが始まった後の距離で表される関数である。潤滑定数モデルは潤滑油をさしたジャーナルベアリングの流体動力学に基づいたモデルでベアリングの離心率： ϵ が小さい場合には、計算上ざらざらの接触面による摩擦はないとしている。LuGre モデルはプリストルモデルの解釈を導入し、摩擦は弾性バネの平均的なたわみとしてモデル化されている。このモデルはストライベック効果や可変はがれ力と摩擦遅れのような速度依存摩擦現象を表現している。また摩擦力は速度の関数として表現されるため道のりが小さい場合の計算上の誤差も少ないため本研究の非線形摩擦モデルの推定および補償においてはこのモデルを使用する。

2.3 問題設定

2.3.1 運動方程式

制御対象としては図 2.6 に示すようなリニアスライダを考える。スライドテーブルはボールガイドレールにより直線方向にのみ可動であり、モータにより駆動される。主な摩擦はスライドテーブルとボールガイドレールとの間で発生する。

駆動部は図 2.7 に示すように、ボールネジによってモータの回転運動を直線運動に変換する。また往復動作を高速で行うため圧縮伸張バネを取り付けている。

モータによって発生する直線方向の力を外部入力、スライドテーブルに加わるバネの引き戻し力は変位によるバネの伸縮に比例するものとする、この系は、図 2.8 に示すようなバネ-質点系で簡略化できる。この制御対象は次式のような運動方程式で記述できる。

$$M\ddot{y}(t) + F_f(t) + Ky(t) = u(t) \quad (2.30)$$

ただし、 $F_f(t)$ は摩擦力、 K はバネ定数、 $u(t)$ が外部入力である。

本論文のテーマは摩擦力 $F_f(t)$ を外部入力 $u(t)$ と変位 $y(t)$ を使い推定し、これを補償することである。摩擦力補償では往復動作を高速で行うための圧縮伸張バネによる引き戻し力は変位に比例することから外部入力で補償することが容易である。このため摩擦力補償においては圧縮伸張バネを取り付けないものとして考えるものとする。

2.3.2 本研究で対象とする運動モデル（線形モデル）と問題設定

前節のバネ-質点系モデルを線形摩擦モデルとして考えた場合、粘性摩擦は次の式で与えられる。

$$M\ddot{y}(t) + (D + \epsilon_0(t))\dot{y}(t) + Ky(t) = u(t) \quad (2.31)$$

ここで y は位置, M は既知の質量, D は未知の粘性摩擦係数, ϵ_0 は線形化誤差, K は既知のバネ定数, u は既知の入力とする. 誤差は次のように制限されるものとする.

$$|\epsilon_0(t)| \leq M\epsilon_d$$

ここで ϵ_d は既知とする. (2.31) 式は次のように書きかえられる.

$$\ddot{y}(t) + (a_1 + \epsilon(t))\dot{y}(t) + a_0y(t) = bu(t). \quad (2.32)$$

ここで $a_1 = \frac{D}{M} > 0, a_0 = \frac{K}{M} > 0, b = \frac{1}{M} > 0, \epsilon(t) = \frac{\epsilon_0(t)}{M}$. $a_1, \epsilon(t)$ は未知, a_0 は既知, $\epsilon(t)$ の上限 ϵ_d は既知とする.

$$|\epsilon(t)| \leq \epsilon_d$$

ここで粘性摩擦力のある単一質点系は安定であるので, 全ての信号は有界であるものと仮定できる.

推定問題を次のように設定する.

[線形摩擦推定問題]

線形摩擦モデルにおいて摩擦力は速度に比例する抵抗力として捉えているため, 粘性摩擦係数 D が既知ならば摩擦力を計算できるが, 実際には未知であり, また誤差分 ϵ_0 が存在するため, 測定値と入力値から粘性係数 D と摩擦力 $(D + \epsilon_0(t))(\dot{y})$ を推定する.

2.3.3 本研究で対象とする運動モデル（非線形モデル）と問題設定

非線形摩擦モデルとして前述の LuGre モデルを考える. 摩擦面に想定した毛の平均曲がり z が与えられたならば, 摩擦面の相対速度 \dot{y} , 摩擦力 F_f は次のように表すことができる.

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (2.33)$$

$$\dot{z} = -\frac{|\dot{y}|}{g(\dot{y})} z + \dot{y} \quad (2.34)$$

$$g(\dot{y}) = \frac{1}{\sigma_0} \{f_c + (f_s - f_c) \exp\{-(\dot{y}/\dot{y}_s)^2\}\} \quad (2.35)$$

ここで σ_0 は曲がり角度によるステイフネス, σ_1 は滑りの減衰係数, σ_2 は粘性摩擦係数, f_c はクーロン摩擦レベル, f_s は静摩擦レベル, \dot{y}_s はストライベック速度とする.

例えば $\dot{z} \equiv 0$ のような定常状態で, 速度と摩擦力の関係は次のように与えられる.

$$F_{fs} = \sigma_2 \dot{y} + \sigma_0 g(\dot{y}) \text{sgn}(\dot{y}) \quad (2.36)$$

Putra らは次式のインクリメンタルセクターコンディションを使っている [31].

$$(F_{fs0}(v_1) - F_{fs0}(v_2))(v_1 - v_2) \geq \lambda(v_1 - v_2)^2, \quad \forall v_1, v_2 \in R \quad (2.37)$$

ここで

$$F_{fs0}(v) = \sigma_0 g(v)$$

F_{fs} はインクリメンタルセクターコンディションを満足するので次式が成立する.

$$(F_{fs}(v_1) - F_{fs}(v_2))(v_1 - v_2) \geq (\lambda + \sigma_2)(v_1 - v_2)^2, \quad (2.38)$$

$$\forall v_1, v_2 \in R \quad (2.39)$$

(2.37) 式のインクリメンタルセクターコンディションはストライベック曲線の減衰率が λ で下から抑えられることを意味する. (2.37) 式を $\lambda = 0$ とした場合にクーロン摩擦モデルを満足する.

本論文では推定および制御問題を次のように設定する.

[非線形摩擦推定問題]

非線形摩擦モデルの一つである LuGre モデルにおいて摩擦力 $F_f(t)$ は摩擦面の相対速度 $\dot{y}(t)$ と仮想的な毛の平均歪度 z の関数である. 比較的測定が容易な値として摩擦面の相対変位 $y(t)$ を観測し, この測定値 $y(t)$ と入力値から摩擦力 $F_f(t)$ を推定する.

[非線形摩擦補償問題]

高精度位置決め機構等において非線形な摩擦力による影響は抵抗力として作用するため, 非線形摩擦力 $F_f(t)$ を推定し, 推定した摩擦力 $F_f(t)$ を入力信号に補償することで, 摩擦力による影響が零になるように制御する.

本論文では, 上記の3つの設定された問題に対する解決法を与える.

2.4 おわりに

本章では動的摩擦モデルを検討し, 特に LuGre モデルはストライベック効果や可変はがれ力と摩擦遅れのような速度依存摩擦現象を表現しており, また摩擦力は速度の関

数として表現されるため道のりが小さい場合の計算上の誤差も少ないため本研究の非線形摩擦モデルの推定および補償においてはこのモデルを選定した.

そして制御対象としてリニアスライダを想定し, その運動方程式から線形摩擦推定問題, 非線形摩擦推定問題, 非線形摩擦補償問題の三つの問題設定を行った.

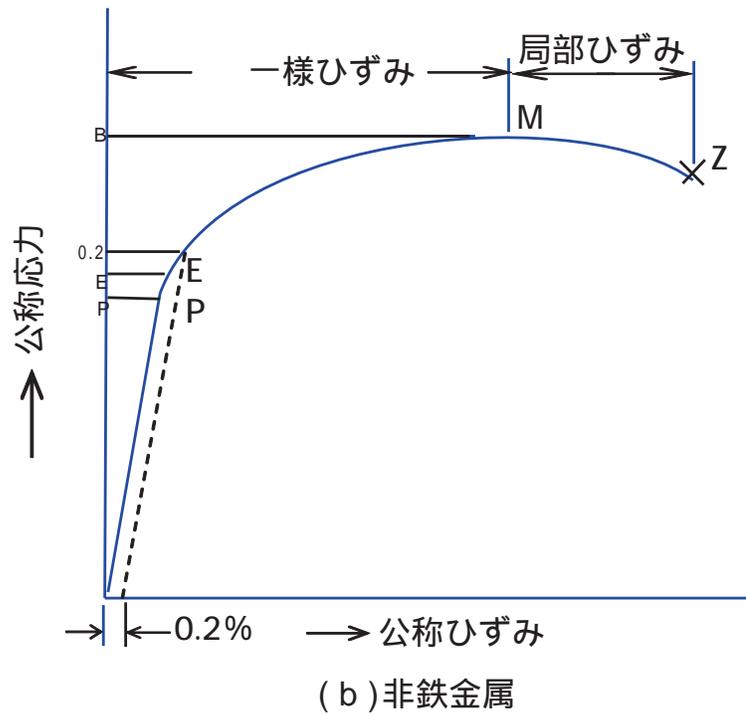
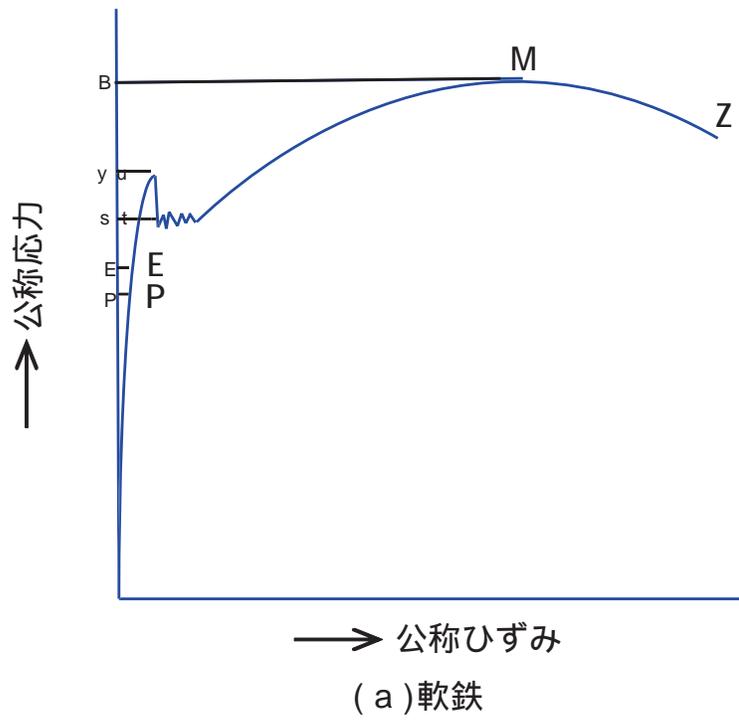


図 2.1: 応力 - ひずみ曲線 [26].

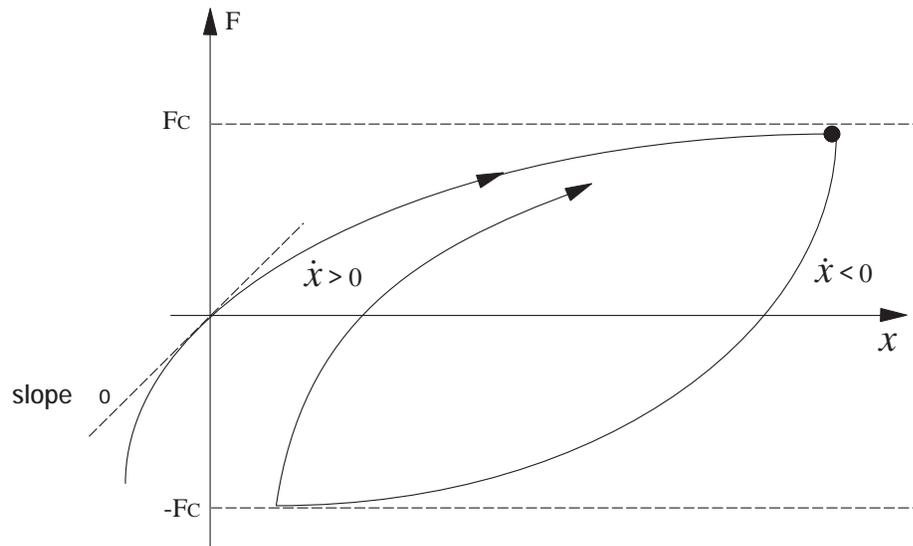


図 2.2: Dahl モデル：変位の関数としての摩擦力.

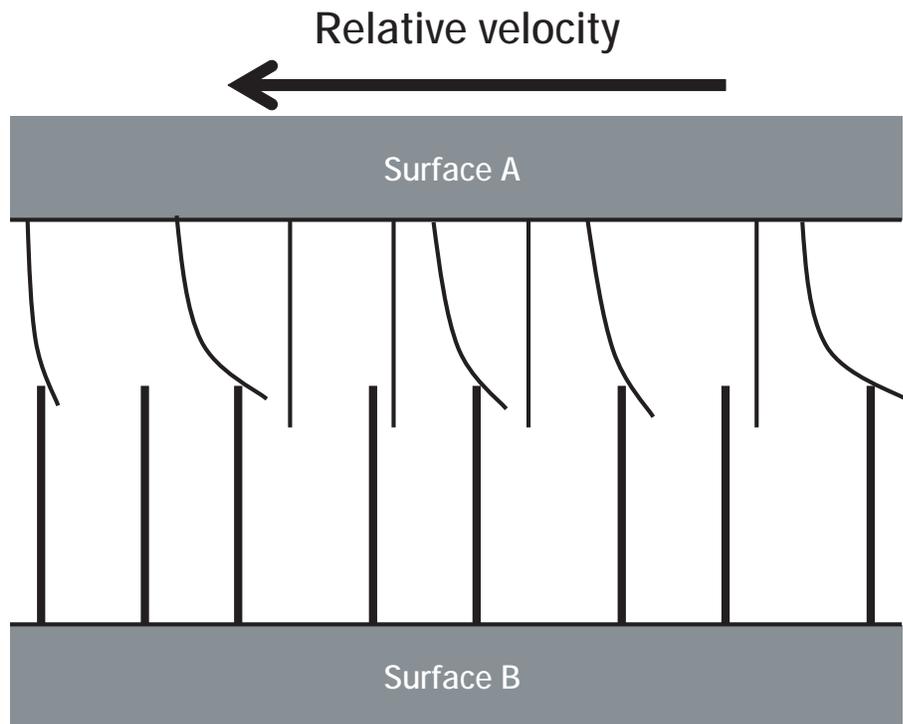


図 2.3: プリストルモデル.

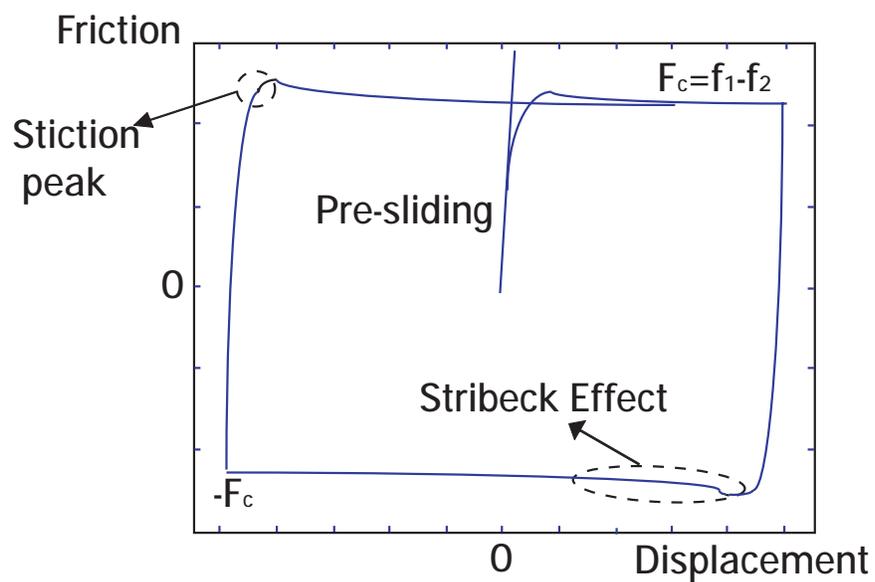


図 2.4: Bliman-Sorinne モデル：変位の関数としての摩擦力 [28].

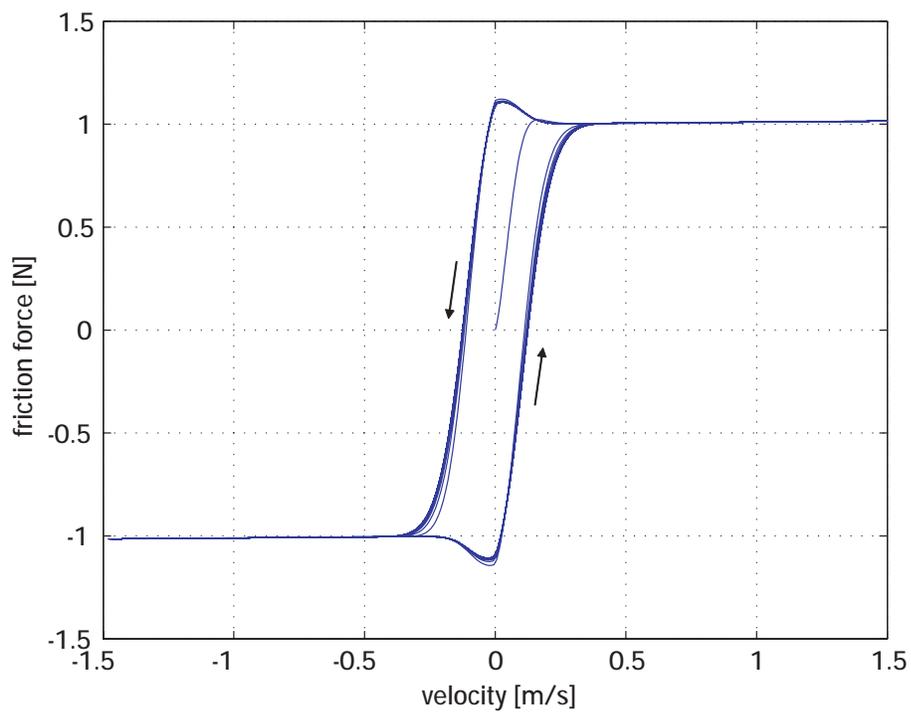


図 2.5: LuGre 摩擦モデル.

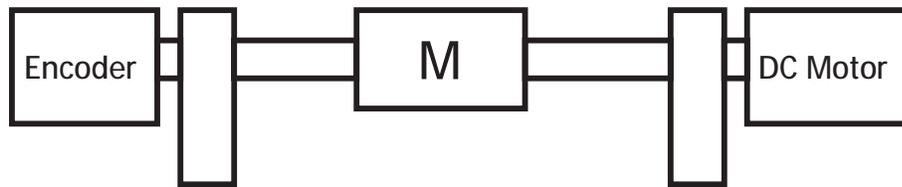
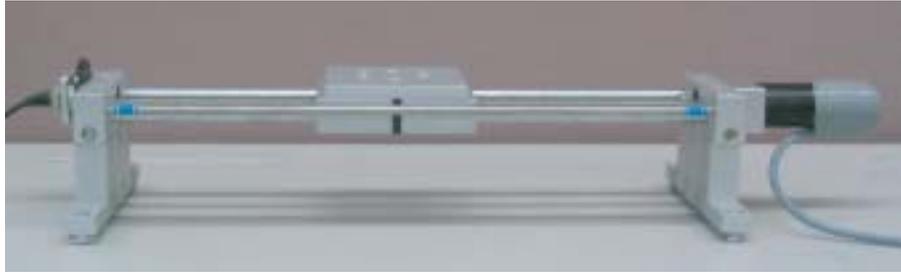


図 2.6: リニアスライダ.

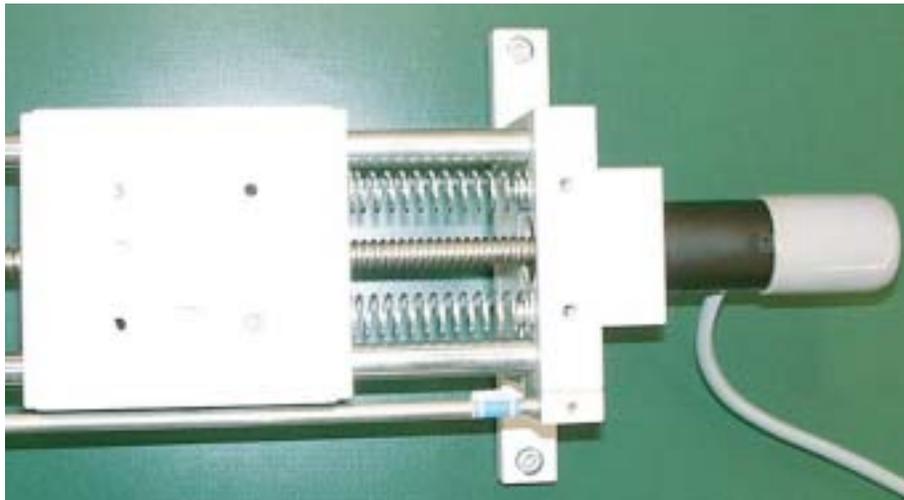


図 2.7: リニアスライダの駆動部.

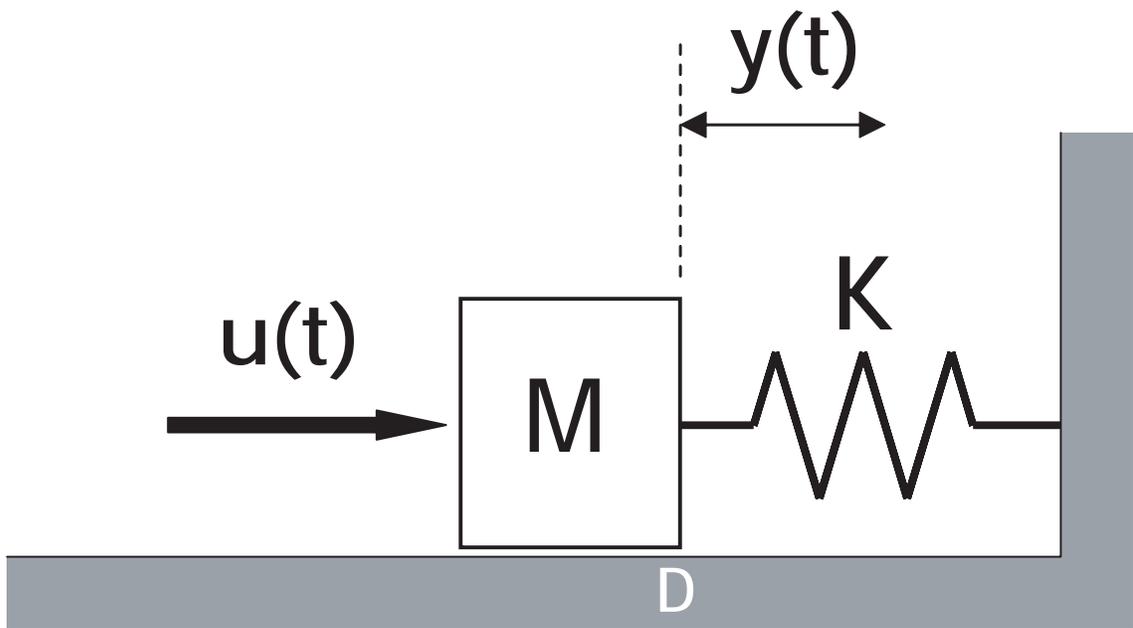


図 2.8: バネ-質点系モデル.

第3章 速度推定器

3.1 はじめに

出力が位置だけしか得ることができない場合に速度推定器を使うことで位置と速度の全状態出力を得られる場合と同様に摩擦力を推定する。本章では動的モデルを必要としない速度推定器を提案する。Park らは文献 [23] で速度が一定値に近いとき位置情報から速度を推定する適応制御機構を提案している。この推定器は速度変化が小さいときには、速度が一定値のパラメータと見なして推定している。ただし、この文献で対象としている画像処理においては、多項式近似しなくてもパラメータ一定と見なした速度推定器である程度の性能が得られることを計算機シミュレーションで明らかにしている。速度が時変で変化しても推定値が得られる証明がなされていない問題点を改善するため、上記の速度推定器に符号関数を追加することで安定性を保証する。設計した速度推定器は Kalman-Bucy フィルターのような短時間の推定でしか有効ではないという問題が無く、数学的微分値にローパスフィルタを使用する場合よりも外乱の影響を受けにくく、さらに特定のモデルに依存しないという特徴を持ち、速度が変化する場合にも推定が可能であることを保証する推定アルゴリズムを提案する。

3.2 上限が既知の場合の符号関数を含むグラディエント型調整則

1 次の単一入出力系について考える。

$$\dot{x} = \theta(t)\xi(t) \quad (3.1)$$

ただし、 $\xi(t)$ は観測によって入手可能な信号、 $\theta(t)$ はパラメータであり、このようなモデルを線形パラメトリックモデルという。時変パラメータは次の不等式を満たすものとする。

$$|\theta(t) - \theta_0| \leq \epsilon_0$$

θ_0 は未知の定数, ϵ_0 は既知の定数, (3.1) 式は次のように書きかえられる.

$$\dot{x} = \theta_0 \xi(t) + \epsilon(t) \xi(t) \quad (3.2)$$

ここで

$$\epsilon(t) = \theta(t) - \theta_0 \quad (3.3)$$

x の推定値を \hat{x} とおくと適応オブザーバは次のように与えられる.

$$\dot{\hat{x}} = -k(\hat{x} - x) + \hat{\theta}(t)\xi(t) - \hat{\epsilon}(t)\text{sgn}(\hat{x} - x)|\xi(t)| \quad (3.4)$$

ここで $k > 0$ とする. $\text{sgn}()$ は符号関数である. オブザーバ誤差を $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ と定義すると, 誤差システムは

$$\dot{e} = -ke + \tilde{\theta}(t)\xi(t) - \hat{\epsilon}(t)\text{sgn}(e)|\xi(t)| - \epsilon(t)\xi(t) \quad (3.5)$$

ここで $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta_0$ とする. パラメータ調整則を次のように選ぶ.

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = \dot{\hat{\theta}}(t) = -\gamma e(t)\xi(t) \quad (3.6)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}(t) = |e(t)||\xi(t)| \quad (3.7)$$

ここで $\gamma > 0$ とする. これは (3.6) 式で一定値の推定を行い, (3.7) 式で偏差の推定を行い, (3.2) 式にて時変パラメータの推定を行うものである. このとき次の補題が得られる.

まず, Park らの結果 [23] を補題の形でまとめると, 次のようになる.

補題 3.1 以下の符号関数がない場合の誤差システムを対象とする.

$$\dot{e} = -ke + \tilde{\theta}(t)\xi(t)$$

ただし, 時変パラメータ $\theta(t)$ に関して, その微分値は以下のように限定されているものと仮定する.

$$\begin{aligned} |\dot{\theta}(t)| &< \epsilon_* \\ |\tilde{\theta}(t)| &< \delta \end{aligned}$$

このとき，パラメータ調整則

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma e \xi(t)$$

は，局所的な安定性を保持し，誤差 $e(t)$ は時間と共に領域 $M = \left\{ e : |e| \leq \sqrt{\frac{\epsilon_* \delta}{k\gamma}} \right\}$ に収束する．

証明:全誤差システムは次式のように書ける．

$$\begin{aligned}\dot{e} &= -ke + \tilde{\theta}(t)\xi(t) \\ \dot{\tilde{\theta}} &= -\gamma e \xi(t) - \dot{\hat{\theta}}\end{aligned}$$

擬似リアプノフ関数を次のように定義する．

$$V = \frac{1}{2} \left(e^2(t) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^2(t) \right)$$

時間微分すると次のようになる．

$$\begin{aligned}\dot{V} &= e\dot{e} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= e(-ke + \tilde{\theta}(t)\xi(t)) - \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \\ &< -ke^2 + \frac{1}{\gamma} |\tilde{\theta}| |\dot{\tilde{\theta}}| \\ &\leq -ke^2 + \frac{\epsilon_* \delta}{\gamma}\end{aligned}$$

したがって， e が領域 M の外側にあるとき， $\dot{V} < 0$ であることから， e は時間と共に M に収束することがわかる．この領域は， γ と k の値を大きくとることによって，小さくすることができる．

(証明終)

上述の Park らの結果は， γ と k を大きくすることにより，出力誤差 $e(t)$ を小さくできることがわかる．この場合，誤差システムは線形微分方程式であるので， $e(t)$ ， \dot{e} も時間と共に小さい値となることから，パラメータの推定誤差 $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ も小さな値となる．しかしながら，パラメータの微分値の上界値 ϵ_* が小さい場合にはあまり問題は発生しないが，大きくなった場合， γ を大きくすると，パラメータ調整則が急激に動き，極端なオーバシュートが発生する場合がある．

そこで、本論文で提案する符号関数付のパラメータ調整則を導入することにより、誤差システムの漸近安定性、つまり、 $e(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ が保証できることを以下の補題で証明する。

補題 3.2 誤差システム (3.5) 式について、パラメータ調整則は次のように安定性を保証する。

$$e(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$$

さらに $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0$ ならば $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\theta}_\epsilon(t) = 0$, ここで $\tilde{\theta}_\epsilon(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$ である。

証明:(3.5),(3.6),(3.7) 式から

$$\begin{aligned}\dot{e} &= -ke + \tilde{\theta}(t)\xi(t) - \hat{e}(t)\text{sgn}(e)|\xi(t)| - \epsilon(t)\xi(t) \\ \dot{\tilde{\theta}} &= -\gamma e\xi(t) \\ \dot{\hat{e}} &= |e||\xi(t)|\end{aligned}$$

疑似リアプノフ関数を次のように定義する。

$$V = \frac{1}{2} \left(e^2(t) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^2(t) + \tilde{e}^2(t) \right) \quad (3.8)$$

ここで $\tilde{e}(t) = \hat{e}(t) - \epsilon_0$ とする。時間微分すると次のようになる。

$$\begin{aligned}\dot{V} &= e\dot{e} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} + \tilde{e}\dot{\tilde{e}} \\ &= e(-ke + \tilde{\theta}(t)\xi(t) - \hat{e}(t)\text{sgn}(e)|\xi(t)| - \epsilon(t)\xi(t)) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}\dot{\tilde{\theta}} + \tilde{e}\dot{\tilde{e}} \\ &= -ke^2 + \tilde{\theta} \left(e\xi + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\theta}} \right) - e\hat{e}\text{sgn}(e)|\xi(t)| - e\epsilon\xi + \tilde{e}\dot{\tilde{e}} - \epsilon_0\dot{\tilde{e}} \\ &= -ke^2 - (e\epsilon\xi + e\epsilon_0\text{sgn}(e)|\xi(t)|) \\ &= -ke^2 - (e\epsilon\xi + \epsilon_0|e||\xi(t)|) \\ &\leq -ke^2 + |e||\epsilon||\xi| - \epsilon_0|e||\xi| \\ &\leq -ke^2 \leq 0\end{aligned}$$

このため $e \in L_2 \cap L_\infty, \tilde{\theta} \in L_\infty, \tilde{e} \in L_\infty$ であるから $e \in L_\infty, \tilde{\theta} \in L_\infty, \tilde{e} \in L_\infty, \dot{e} \in L_\infty$ である。Barbalat の補題から $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ 。入力 u は次のように設定する。

$$u = \tilde{\theta}(t)\xi(t) - \hat{e}(t)\text{sgn}(e)|\xi(t)| - \epsilon(t)\xi(t)$$

誤差のダイナミクスは1次系の場合に

$$\dot{e}(t) = -ke(t) + u(t)$$

ここで $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0$ ならば

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta}(t) - \theta_0 - \epsilon(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta}(t) - \theta(t)) = 0$$

(証明終)

3.3 上限が既知である信号の速度推定器

適応オブザーバと適応調整則を (3.4) 式, (3.6) 式, (3.7) 式と同様に, 非線形強度関数 $f(x(t))$ の微分の推定値 $\frac{df(x(t))}{dt}$ を次のように与える.

$$\frac{df(x(t))}{dt} = \hat{\theta}(t) = - \int_0^t \gamma e(\tau) \xi(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

利用可能な信号 $x(t)$ を位置信号であるとすると $x(t)$ から速度である $\dot{x}(t)$ 信号を推定するには2つの方法がある. 第1は線形関数 $f(x(t)) = x(t)$ を非線形関数 $f(x(t))$ として選択する方法がある. この場合レグレッサ信号 $\xi(t)$ は1である. 適応オブザーバと調整則は次のように与える.

$$\dot{\hat{x}} = -k(\hat{x} - x) + \hat{\theta}(t) - \hat{e}(t) \operatorname{sgn}(\hat{x} - x) \quad (3.10)$$

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = -\gamma e(t), \dot{\hat{e}}(t) = |e(t)| \quad (3.11)$$

速度の推定値は次のように与える.

$$\hat{x}_a = \hat{\theta}(t) = - \int_0^t \gamma e(\tau) d\tau \quad (3.12)$$

第2の方法はレグレッサ信号 $\xi(t)$ をいくつか選定し, オブザーバダイナミクス (3.4) 式を使うことである. 速度の推定値は次のように与える.

$$\dot{\hat{x}}_b = -k(\hat{x} - x) + \hat{\theta} \xi(t) - \hat{e}(t) \operatorname{sgn}(\hat{x} - x) |\xi(t)| \quad (3.13)$$

本論文ではこれらの推定値 $\frac{df(x(t))}{dt}$, \hat{x}_a , \hat{x}_b を適応微分推定器と呼んでいる.

3.4 シミュレーション - sin 信号の微分値

Park らの手法と本手法を比較するため，入力として無次元化した正弦波および正弦波にガウスノイズを付加した次の信号を使用し，MATLAB/Simulink による数値シミュレーションを行った．

$$x(t) = 1 + \sin(t) + \omega(t)$$

ここで， $\omega(t) \in N(0, 10^{-3})$ ，ただし， $N(0, 10^{-3})$ は，平均 0，分散 0.001 のガウスノイズである．図 3.1 にノイズのない信号波形を示す．図 3.2 にノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された信号を示す．Park らの手法と本手法との違いは，符号関数が入っているか，いないかだけの違いであり，速度推定器の設計パラメータは，両方とも， k, γ である． k の値は同じ値 $k = 65$ にし，推定波形の速応性をそろえるために γ を調整し，Park らの手法では速応性を若干あげて $\gamma = 1100$ とし，本手法では $\gamma = 1050$ と選定している．図 3.3,3.4 に，各々，ノイズのない場合の Park らの手法と本手法による $x(t)$ の微分推定値を示す．さらに，違いを強調するために，図 3.5 に時間レンジ $[0, 2]$ までの Park らの手法による $x(t)$ の微分推定値を点線で，本手法による微分推定値を実線で示す．さらに，図 3.6 に信号スケールを調整したものを示す．この図では，Park らの手法による微分推定値を点線で，本手法による微分推定値を実線で，また，真の微分値を一点鎖線で示している．これらの図から，初期応答時の信号の立ち上がりのオーバーシュート状の信号波形である速応性はほとんど変わらないが，定常状態では本手法の方が真値に近いことがわかる．

さらに，ノイズがある場合の結果を次に示す．図 3.7,3.8 に，各々，Park らの手法と本手法による $x(t)$ の微分推定値を示す．また，違いを強調するために，図 3.9 に時間レンジ $[0, 2]$ までの Park らの手法による $x(t)$ の微分推定値を点線で，本手法による微分推定値を実線で示す．なお，図 3.10 に信号スケールを調整したものを示す．この図では，Park らの手法による微分推定値を点線で，本手法による微分推定値を実線で，また，真の微分値を一点鎖線で示している．これらの図から，速応性はほとんど変わらないが，本手法の方が真値に近いことがわかる．

図 3.5,3.6 において Park らの手法の定常誤差を小さくし本手法の定常誤差に近づけるため，Park らの手法で $\gamma = 1900$ とし，本手法では $\gamma = 1050$ と選定した場合の応答波形を図 3.11,3.12 に示す．定常誤差を近づけるため初期応答波形の山の高さは異なっている．この場合にノイズがある場合の結果を図 3.13,3.14 に示す．定常誤差を小さくするため γ の値を大きくすると俊敏性が増大するためノイズの影響が大きくなることがわかる．

3.5 ローパスフィルタ付き微分器との比較

ノイズを含む測定信号からのノイズを除去する方法として一般的に使用される手法である，ローパスフィルタ付微分器との比較を行う．

ノイズのような外部信号 $n(t)$ が付加されたときには，信号 $x(t)$ は次式のように置き換えなければならない．

$$x(t) \rightarrow x(t) + n(t)$$

近似的に伝達関数を求めるため，符号関数の入っている $\hat{\epsilon}(t), \epsilon(t)$ に関する項を無視する．これは符号関数の入っていない Park らの適応オブザーバの伝達関数を求めることと等価である．このとき，(3.4) 式の適応オブザーバにおいて，右辺の x が出力信号として使用する部分であるので，ここにノイズがのることから， $x(t)$ を $x(t) + n(t)$ で置き換えた次式がオブザーバの推定方程式となる．ただし，速度推定器であるので， $\xi = 1$ に限定している．

$$\dot{\hat{x}} = -k(\hat{x} - x - n) + \hat{\theta}(t)$$

このとき，信号の推定誤差 $e(t) = \hat{x} - x$ の満たす誤差方程式は，次式のようになる．

$$\dot{e}(t) = -k(e(t) - n(t)) + \tilde{\theta}(t)$$

ここで，ラプラス変換すると，次式のようになる．

$$E(s) = \frac{1}{s+k}(\tilde{\Theta}(s) + kN(s))$$

ただし， $E(s), \tilde{\Theta}(s), N(s)$ は，各々， $e(t), \tilde{\theta}(t), n(t)$ のラプラス変換である．さらに，パラメータ調整則においても， $e = \hat{x} - x$ の x の部分が出力信号として使用する部分であるので，ここにノイズがのることから， $x(t)$ を $x(t) + n(t)$ で置き換えた次式がノイズがある場合のパラメータ調整則である．

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = -\gamma(e(t) - n(t))$$

これをラプラス変換して， $E(s)$ の式を代入すると，次式のようになる．

$$\begin{aligned} (-s\tilde{\Theta}(s) + \gamma N(s)) &= \gamma \frac{1}{s+k}(\tilde{\Theta}(s) + kN(s)) \\ (s+k)(-s\tilde{\Theta}(s) + \gamma N(s)) &= \gamma(\tilde{\Theta}(s) + kN(s)) \\ (s^2 + ks + \gamma)\tilde{\Theta}(s) &= \gamma sN(s) \\ \tilde{\Theta}(s) &= \frac{\gamma s}{s^2 + ks + \gamma}N(s) \end{aligned}$$

したがって、ノイズから \hat{x} までの伝達関数は、 $\frac{\gamma s}{s^2 + ks + \gamma}$ である。このことから、高周波域と低周波域のノイズを低減する効果があることがわかる。

ローパスフィルタ付微分器によって得られる微分信号は $\hat{x} = \frac{s}{Ns+1}(x+n)$ なので、ノイズ n から \hat{x} までの伝達関数は、 $\frac{s}{Ns+1}$ である。

ノイズ n から \hat{x} までの伝達関数からゲイン線図を描き比較する。図 3.15 に適応微分推定器のゲイン線図を示す。上から下へ順に、 $\gamma = 100, 10, 1$ の場合である。図 3.16 にローパスフィルタ付微分器のゲイン線図を示す。上から下へ順に、 $N = 0.01, 0.1, 1$ の場合である。ローパスフィルタ付微分器では微分によって大きくなったノイズをローパスフィルタによって高周波域のゲインを下げることで、ローパスフィルタは有効と言えるが、適応微分推定器は高周波域と低周波域のノイズを減衰させることができることがわかる。

3.6 遅れ時間とノイズの影響

無次元化した入力信号 $x(t) = 1 + \sin(2t)$ をまずノイズのない状態で入力し、適応微分推定器のパラメータ k と γ を変化させ、それぞれ遅れ時間と積算二乗誤差を測定した結果を図 3.17 に示す。 $k = 1, 10, 100, 500$ について γ の値を変化させ、数学的微分値と適応微分推定器の出力の時間差を測定し、遅れ時間とした。また $N(0, 10^{-3})$ のノイズを付加し、ノイズを付加していないときの出力と付加したときの出力の差を二乗して 0 から 25 秒まで積算した値を積算二乗誤差とした。この図から遅れ時間が 0.1 秒より小さくなるように γ の値を選定した場合には計測した 4 通りの中で $k = 10$ の場合に最もノイズの影響が小さく、最適な k の値が存在することがわかる。 k の値は適応オブザーバにおいて x の推定値 \hat{x} の収束に影響するため誤差 e の収束に影響し、パラメータ調整則の γ の値が小さく遅れ時間が大きい場合にはノイズの影響が大きくなる。このため $k = 1, 10$ の遅れ時間が 0.2 秒以上の場合に再び積算二乗誤差が大きくなっているが、 $k = 100, 500$ の場合には γ の値が小さく遅れ時間が大きい場合にノイズの影響が再び大きくなることはない。

ローパスフィルタ付微分器と比較するためローパスフィルタの時定数 N を変化させ、それぞれ遅れ時間と積算二乗誤差を測定し、 $k = 10$ の場合の適応微分推定器の測定結果とともに図 3.18 に示す。 $k = 10$ の場合の適応微分推定器とローパスフィルタ付微分器の特性を比較すると遅れ時間が 0.1 秒以下の場合にローパスフィルタ付微分器は適応微分推定器より積算二乗誤差が 1000 倍以上大きく、ノイズの影響が大きいことがわかる。

実際の応答で確認するため、図 3.19 に $k = 10$ の場合の適応微分推定器の遅れ時間が 0.0074 秒, 0.0837 秒, 0.5114 秒の場合にノイズを付加していない場合の数学的微分値 (点線) と適応微分推定器の出力信号 (実線) を左列に示す。各遅れ時間の場合に $N(0, 10^{-3})$ のノイズを付加した場合の適応微分推定器の出力信号 (実線) と数学的微分値 (点線) を右列に示す。また図 3.20 にローパスフィルタ付微分器の遅れ時間が図 3.19 と近い値である 0.0099 秒, 0.0996 秒, 0.4636 秒の場合にノイズを付加していない場合の数学的微分値 (点線) とローパスフィルタ付微分器の出力信号 (実線) を左列に示し、各遅れ時間の場合に $N(0, 10^{-3})$ のノイズを付加した場合のローパスフィルタ付微分器の出力信号 (実線) と数学的微分値 (点線) を右列に示す。2つの図からも、適応微分推定器の出力は γ の値が大きく遅れ時間が小さい場合にはノイズの影響が大きく、また γ の値が小さく遅れ時間が大きい場合にはノイズの影響が大きいことがわかる。またローパスフィルタ付微分器と比較すると遅れ時間が約 0.5 秒以下の場合には定常状態でのノイズの影響は適応微分推定器の方が小さい。

以上の結果から本論文で対象としている摩擦力補償のような、遅れ時間が小さいことが必要な場合にはローパスフィルタ付微分器よりも適応微分推定器の方がロバスト性が優れていることがわかる。

3.7 シミュレーション - パルス信号の微分値

急変する信号に対する提案した符号関数付きの適応微分器の性能を検証するために、ノイズの付加されたパルス信号に対して、MATLAB/Simulink による数値シミュレーションを行った。設計パラメータについては、ローパスフィルタ付の微分器 $\frac{s}{0.1s+1}$ を元に、パラメータ調整を行い、 $t = [0, 10]$ での微分推定値の積算二乗誤差がほぼ同じになるように、Park らの適応微分推定器と本論文で提案する適応微分器のパラメータを $\gamma = 1000, k = 55$ と選定した。なお、この場合、適応微分器の速応性がほぼ同じになることが確認された。

図 3.21 に、微分値を推定するべき周期 4[sec] のパルス信号 (実線) とその微分値 (点線) を示す。図 3.22 に、ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された周期 4[sec] のパルス信号 (実線) とその微分値 (点線) を示す。図 3.23 は、ローパスフィルタ付の微分器 $\frac{s}{0.1s+1}$ によるノイズがない場合の微分推定値を示す。図 3.24 は、ローパスフィルタ付の微分器 $\frac{s}{0.1s+1}$ によるノイズが付加されている場合の微分推定値を示す。ノイズが増幅されており、十分な推定値が得られていないことが分かる。図 3.25 に、Park らの適応微分推定器のノイズがない場合の推定値を示す。図 3.26 に Park らの適応微分推定器のノイズが付加さ

れている場合の推定値を示す．また，図 3.27 に，本論文で提案した符号関数付の適応微分推定器のノイズがない場合の推定値を示す．図 3.28 に，本論文で提案した符号関数付の適応微分推定器のノイズが付加されている場合の推定値を示す．図 3.29,3.30 に，Park らの適応微分推定器と本論文で提案されている推定器のノイズがある場合とない場合の推定値を示す．ただし，実線は提案手法，点線は Park らの提案手法である．また，図 3.31,3.32 にノイズがある場合とない場合の推定値を拡大したものを示す．ただし，実線は提案手法，点線は Park らの提案手法であり，違いを分かりやすく表示するために，時間軸を $[4, 4.5]$ まで拡大している．両者を比較すると，Park らで提案されている適応微分推定器と本論文で提案されている推定器は，パルス信号の微分値推定の場合には，ほとんど同じ性能を示すが，微分値のジャンプ後のノイズ抑制特性が若干，本提案手法の方が優れていることがわかる．

数学的微分値との誤差を二乗して，初期応答を含む 0 から 10 秒まで積算した値と 0.5 から 1.0 秒まで積算した値を求めた，積算二乗誤差を表 3.1 に示す． $t = [0, 10]$ での微分推定値の積算 2 乗誤差は，ほとんど同じであるが，本来はゼロであるべき部分のノイズの影響が，ローパスフィルタの場合により現れていることが， $t = [0.5, 1.0]$ の積算 2 乗誤差からわかる．

表 3.1: 適応微分推定器とローパスフィルタ付き微分器の積算二乗誤差.

積算二乗誤差	0 から 10 秒	0.5 から 1.0 秒
Park らの適応微分推定器	5.0046×10^8	4.8829
提案適応微分推定器	5.0046×10^8	4.7871
ローパスフィルタ付き微分器	4.9925×10^8	515.7981

3.8 おわりに

本章では位置信号から速度信号を推定する適応微分推定器の設計を行った．テスト入力として正弦波信号を使用し，設計した適応微分推定器による推定値と数学的微分値を比較する数値シミュレーションを MATLAB/Simulink を使用して行い，入力信号にノイズを付加していない場合に適応微分推定器の出力は数学的微分値への追従は γ の値を大きくするほど真値に近づいていく．またノイズに対するロバスト性は γ の値を調整することにより，抑えることができることがわかる． γ の値の調整は与えられたそれぞれの問題において調整する必要がある設計パラメータとなる．

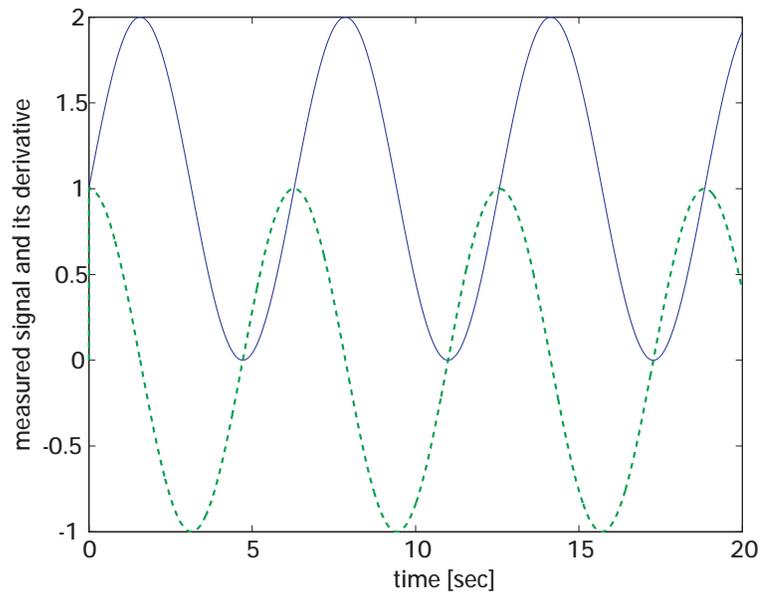


図 3.1: ノイズのない入力信号波形 (実線) とその微分値 (点線).

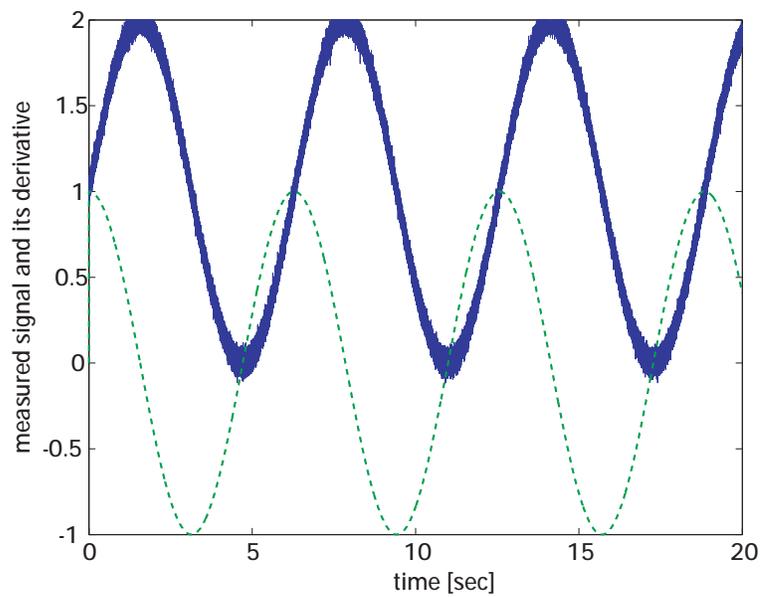


図 3.2: ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形 (実線) とノイズのない入力信号波形の微分値 (点線).

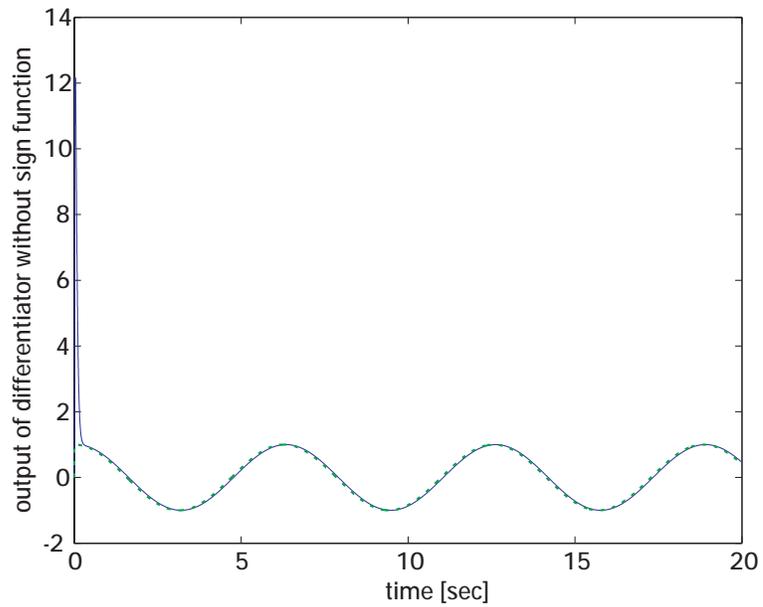


図 3.3: ノイズのない入力信号波形の Park の手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).

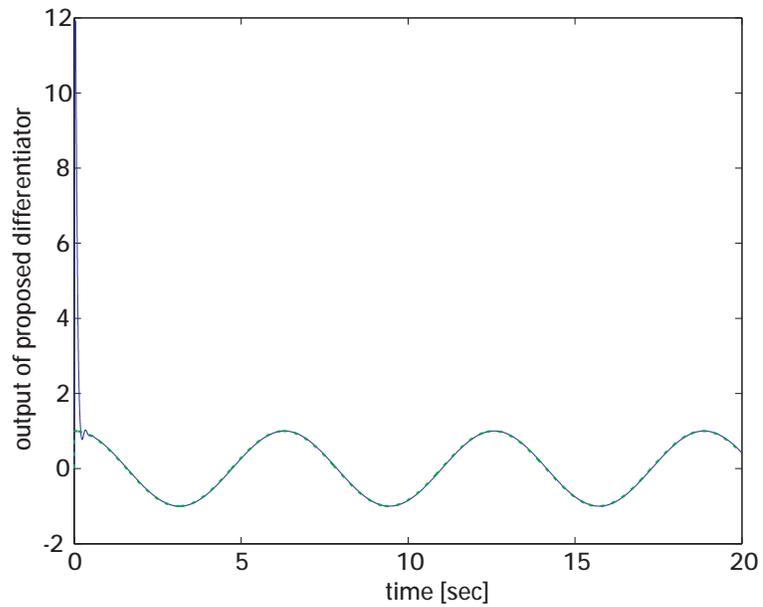


図 3.4: ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).

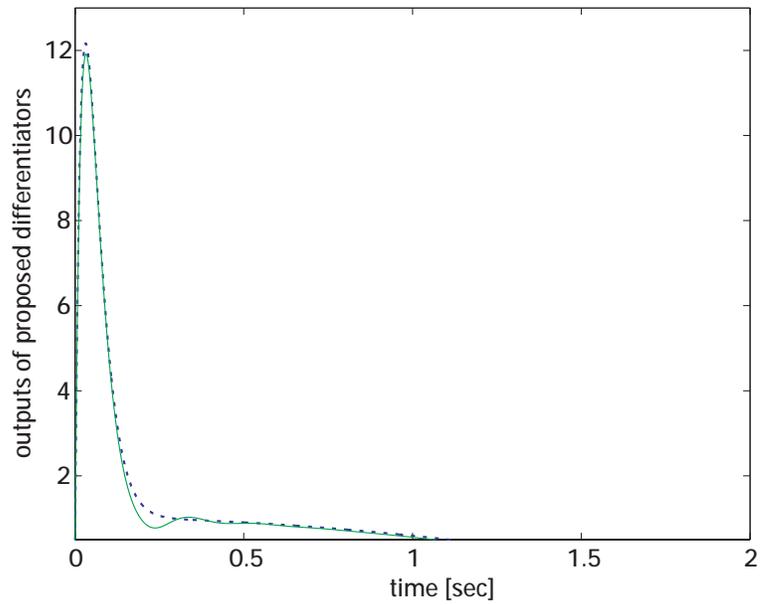


図 3.5: ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).

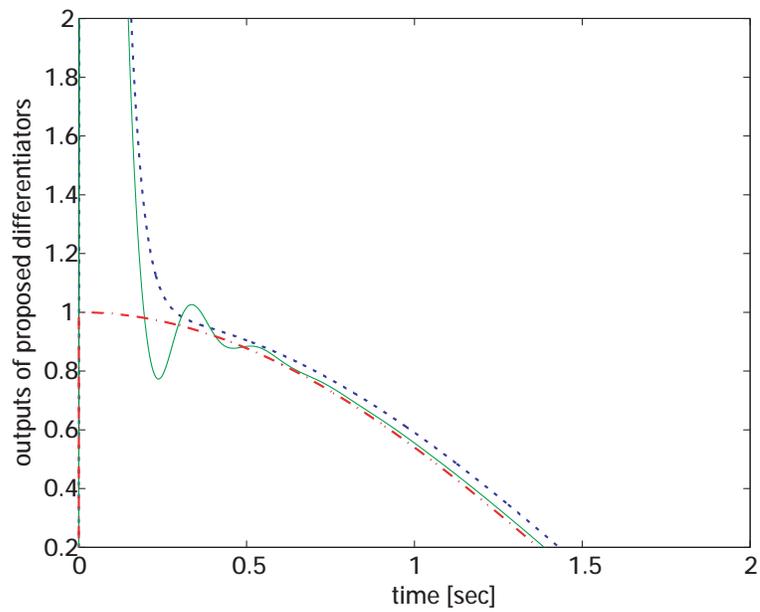


図 3.6: ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) , Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).

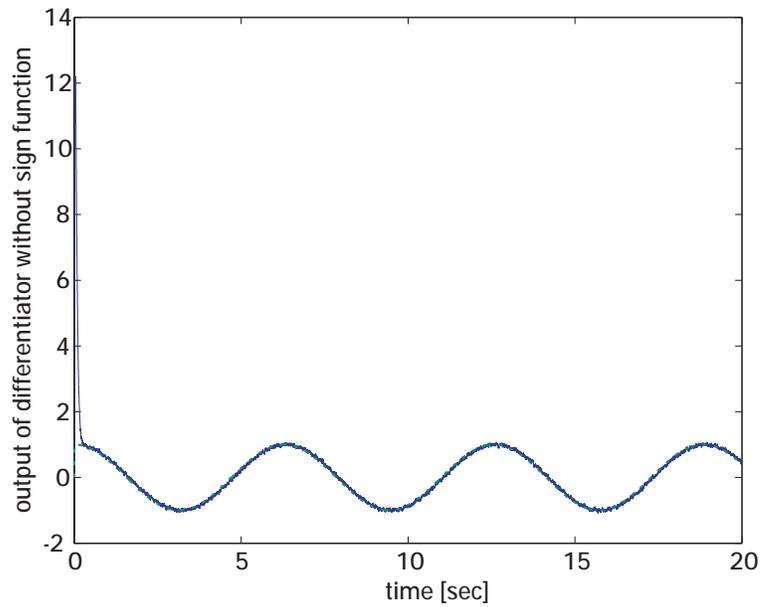


図 3.7: ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の Park の手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).

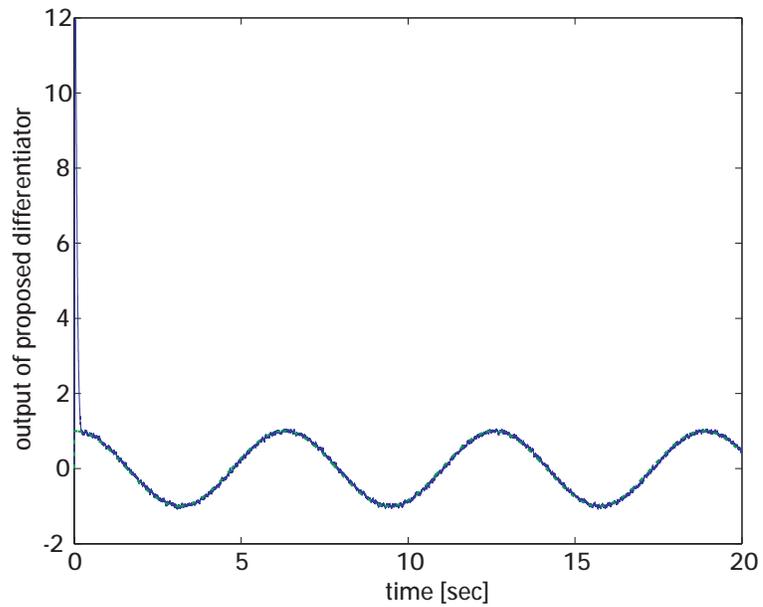


図 3.8: ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) とその真の微分値 (点線).

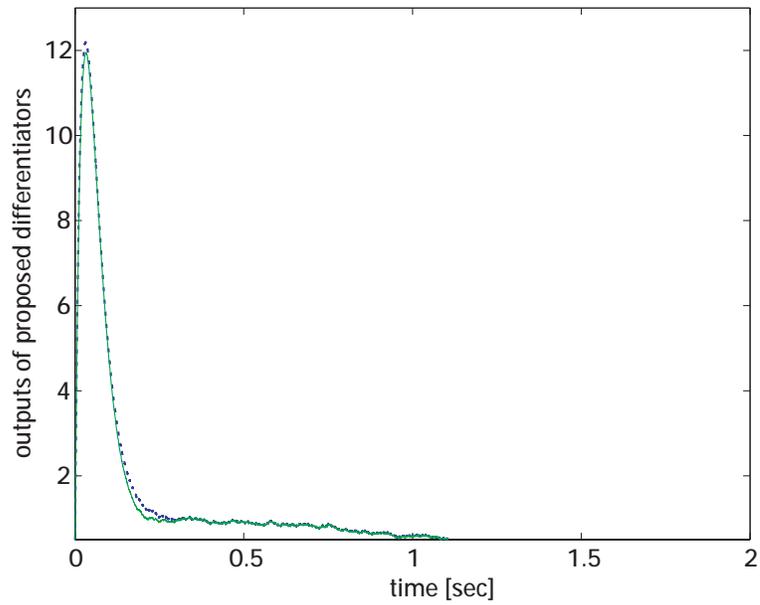


図 3.9: ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).

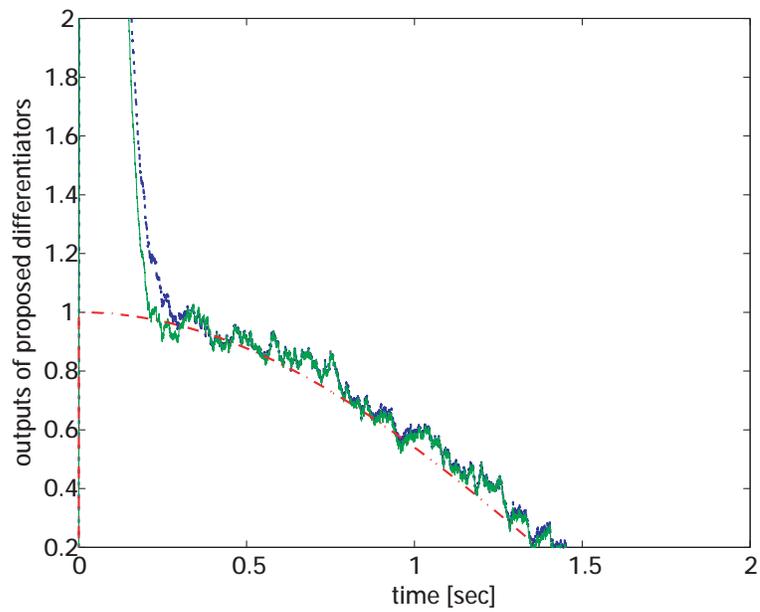


図 3.10: ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) , Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).

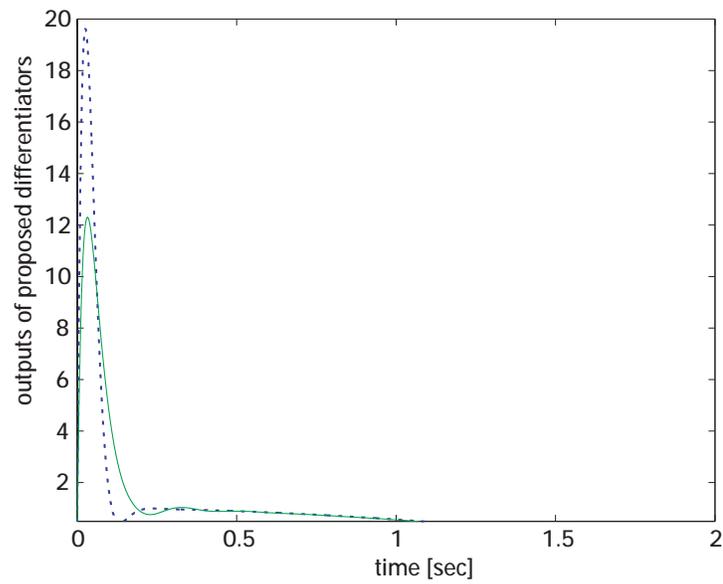


図 3.11: 定常応答が同じになるように調整したノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).

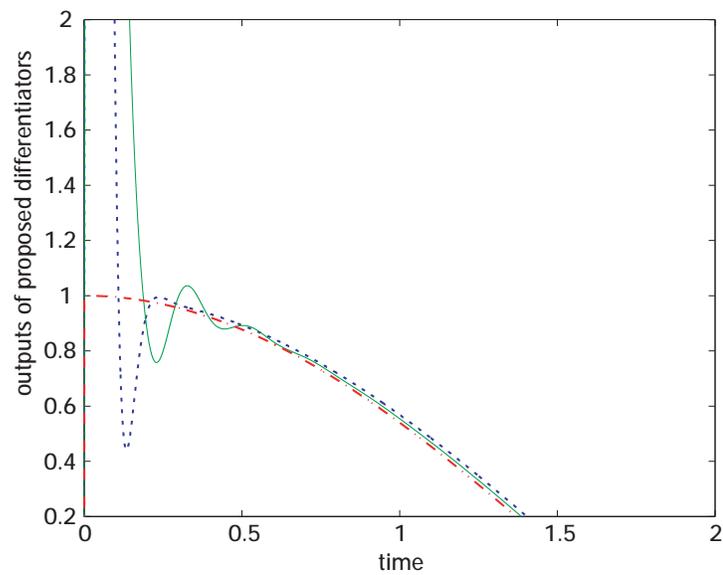


図 3.12: 定常応答が同じになるように調整したノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).

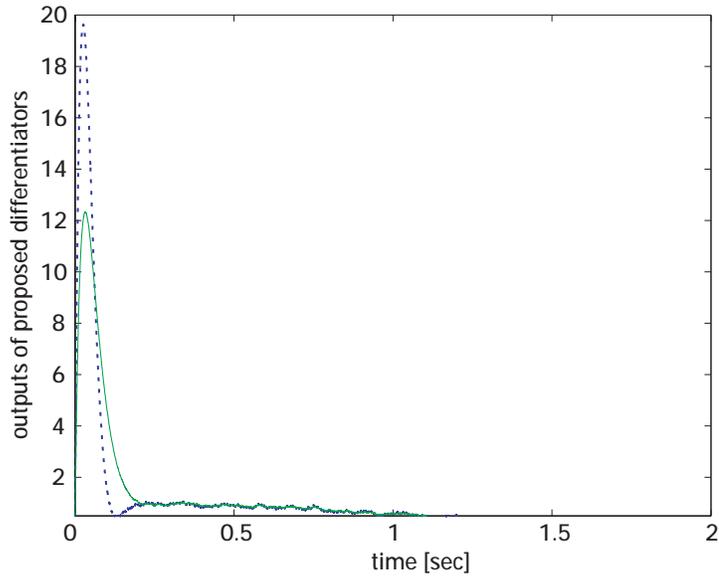


図 3.13: 定常応答が同じになるように調整しノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [0, 2]$).

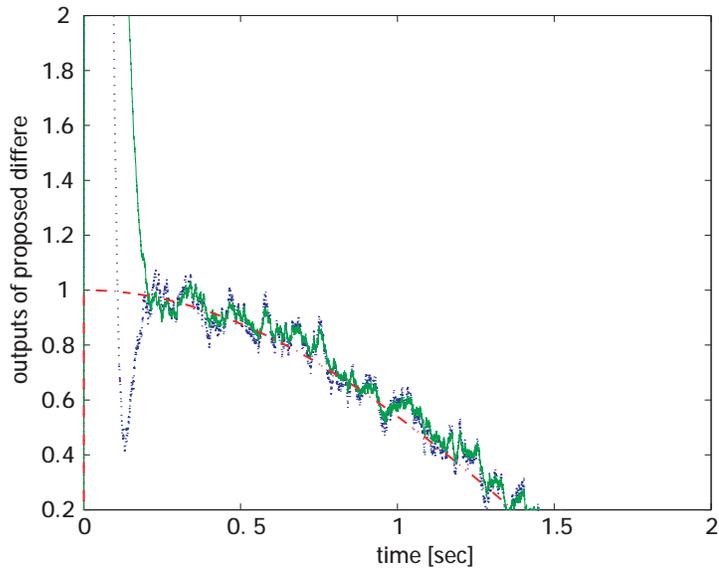


図 3.14: 定常応答が同じになるように調整しノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線), Park の手法による微分推定値 (点線) およびその真の微分値 (一点鎖線)($t = [0, 2]$).

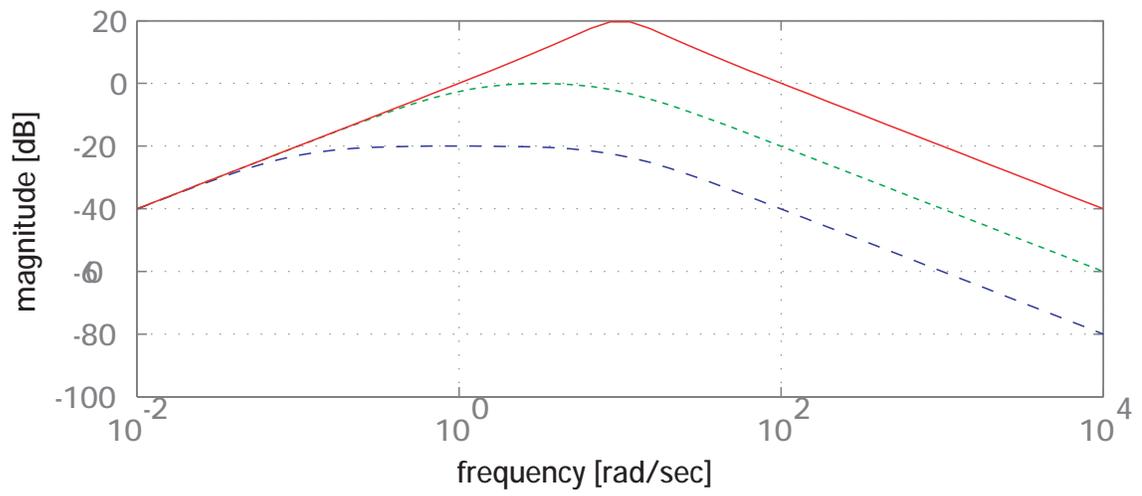


図 3.15: 適応微分推定器のゲイン線図.

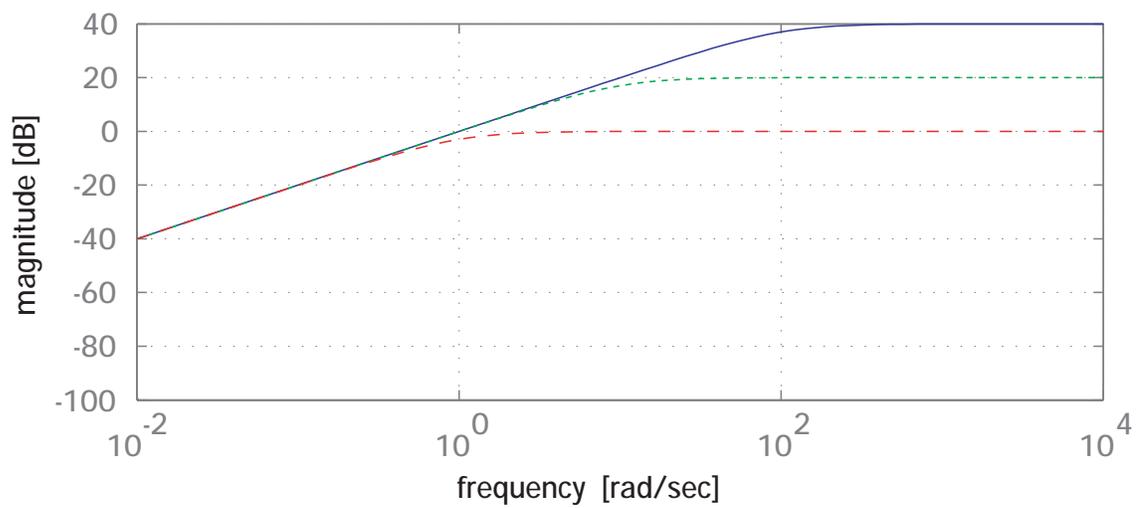


図 3.16: ローパスフィルタ付き微分器のゲイン線図.

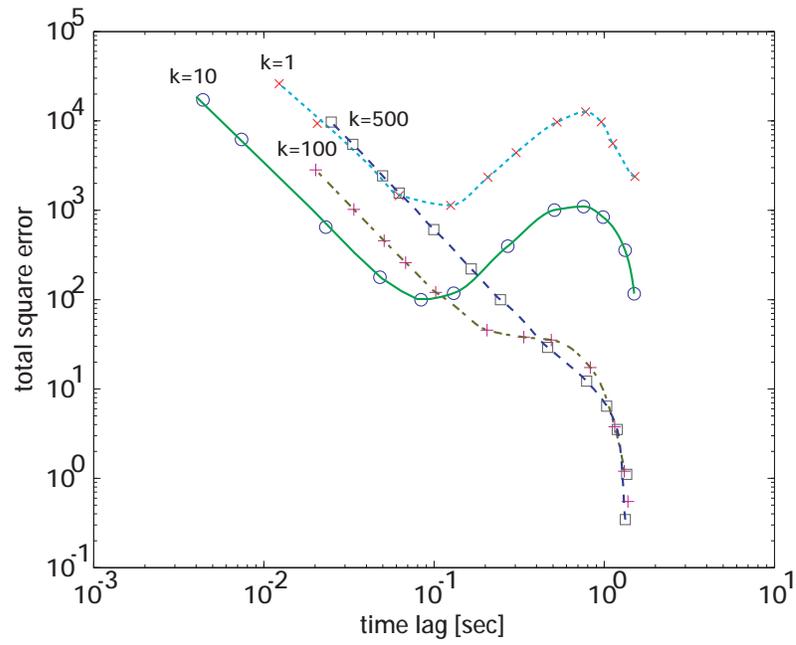


図 3.17: 適応微分推定器の遅れ時間と積算二乗誤差.

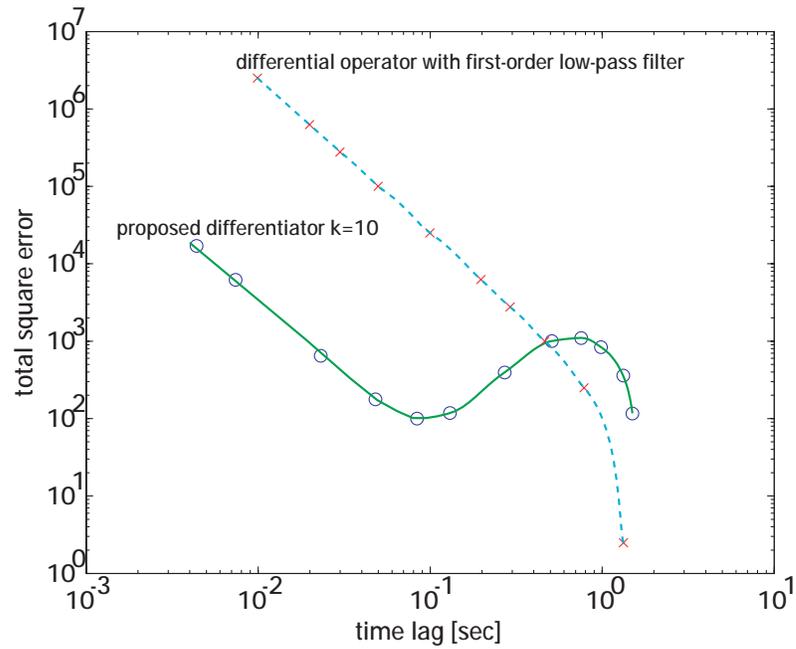


図 3.18: 遅れ時間と積算二乗誤差の適応微分推定器とローパスフィルタ付き微分器の比較.

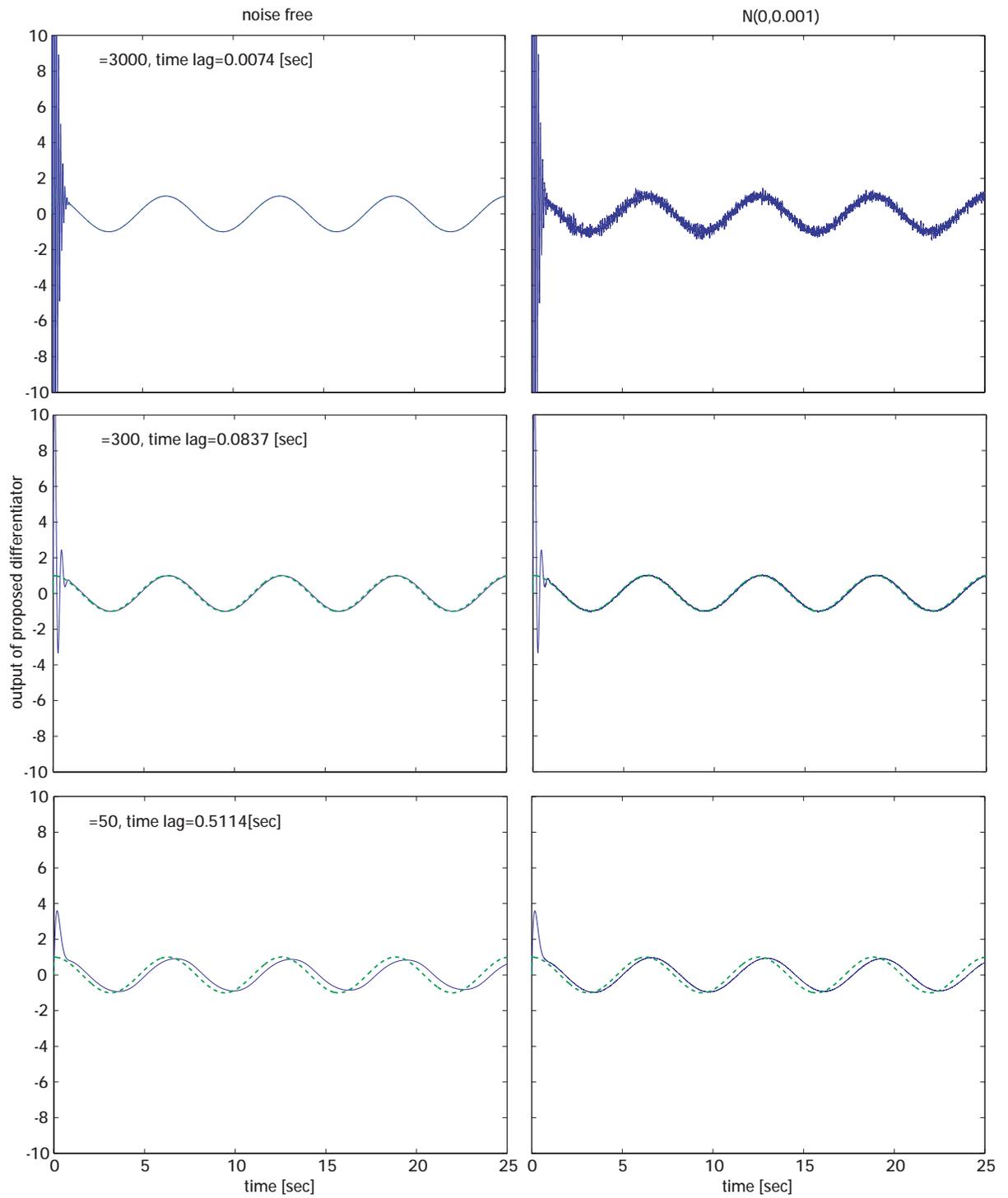


図 3.19: 適応微分推定器のノイズの影響 (左列: ノイズなし, 右列: ノイズあり).

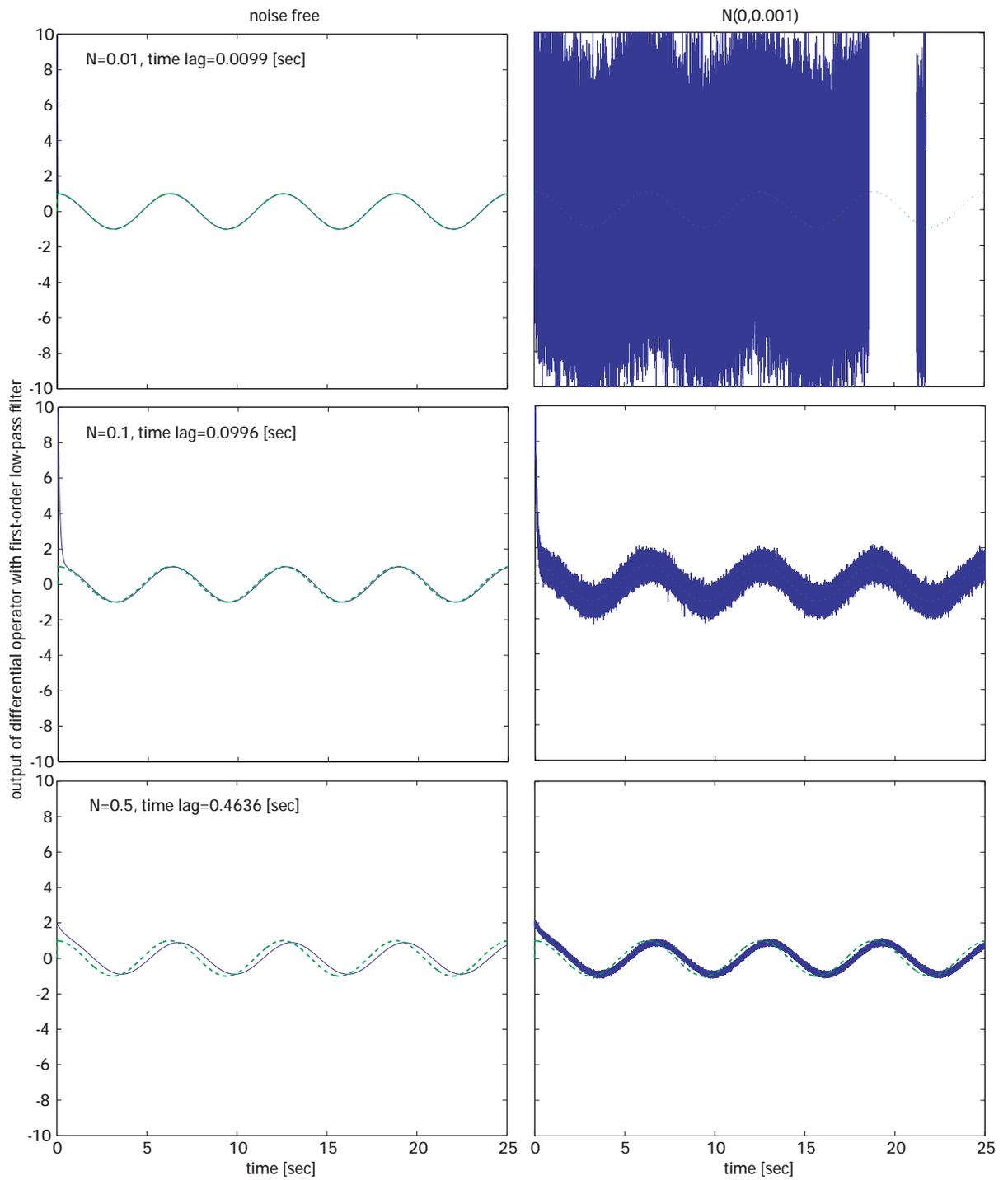


図 3.20: ローパスフィルタ付き微分器のノイズの影響 (左列: ノイズなし, 右列: ノイズあり).

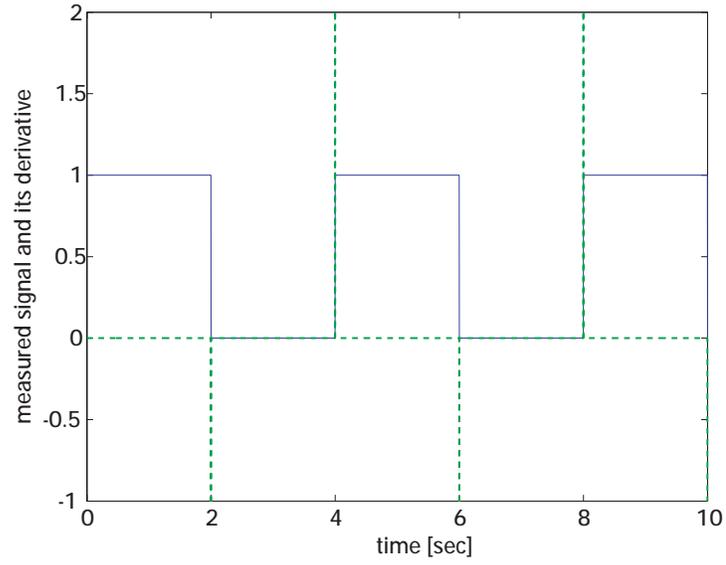


図 3.21: ノイズのない入力信号波形 (実線) とその微分値 (点線).

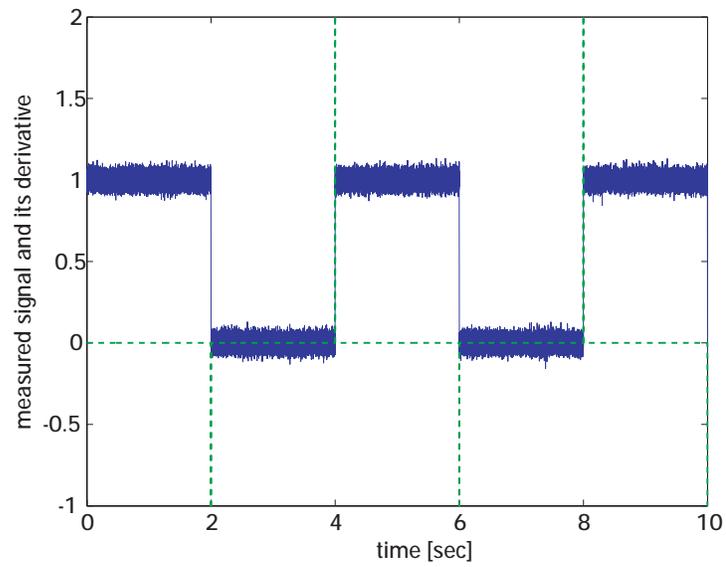


図 3.22: ノイズ $N(0, 10^{-3})$ の付加された入力信号波形 (実線) とノイズのない入力信号波形の微分値 (点線).

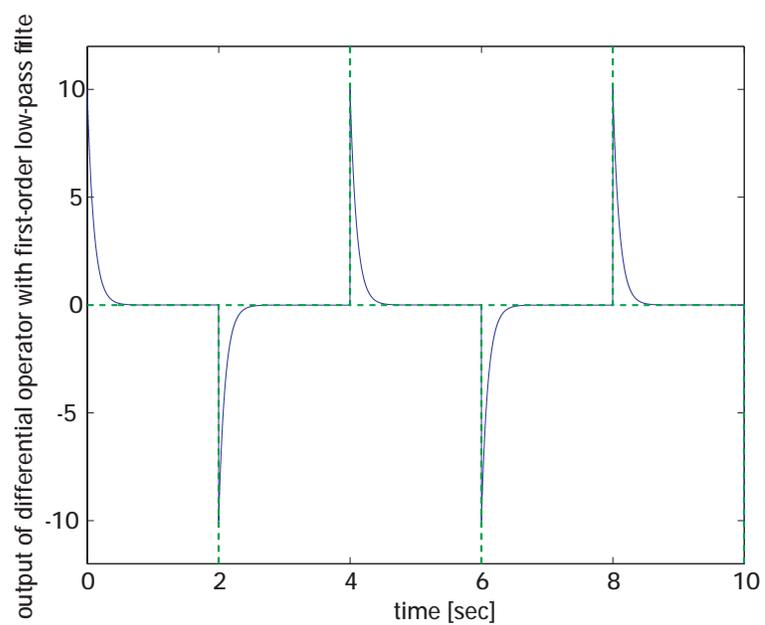


図 3.23: ローパスフィルタ付の微分器によるノイズのない場合の微分推定値.

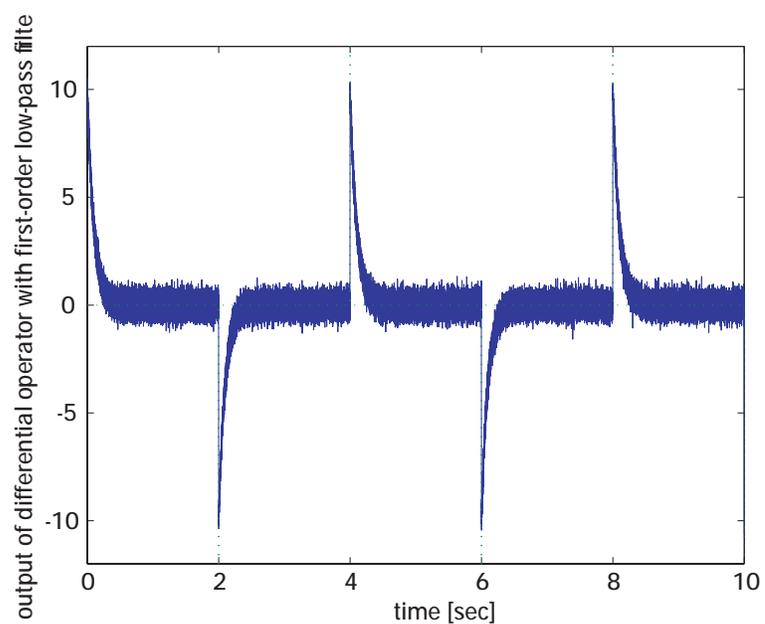


図 3.24: ローパスフィルタ付の微分器によるノイズのある場合の微分推定値.

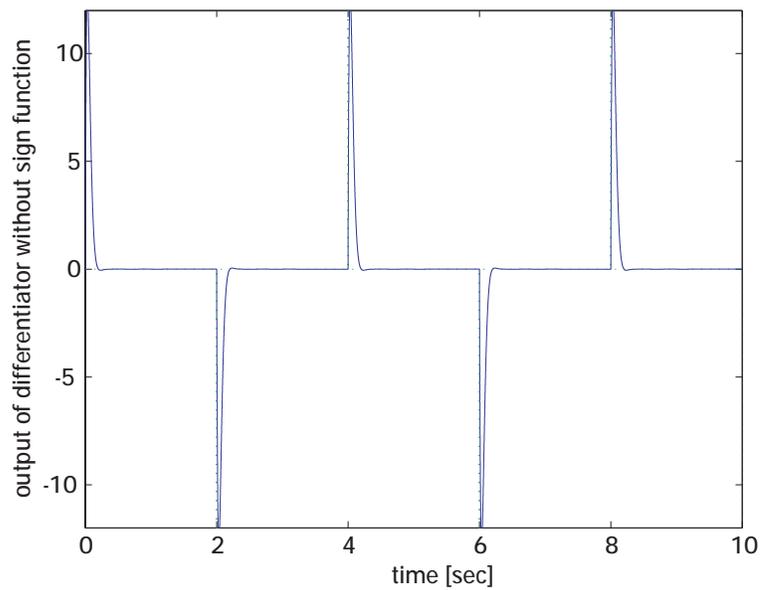


図 3.25: Park らの適応微分器によるノイズのない場合の微分推定値.

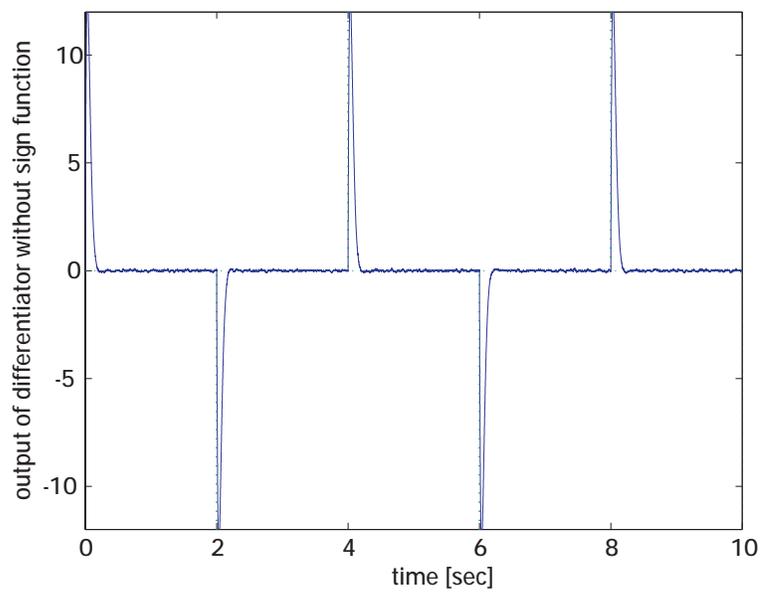


図 3.26: Park らの適応微分器によるノイズのある場合の微分推定値.

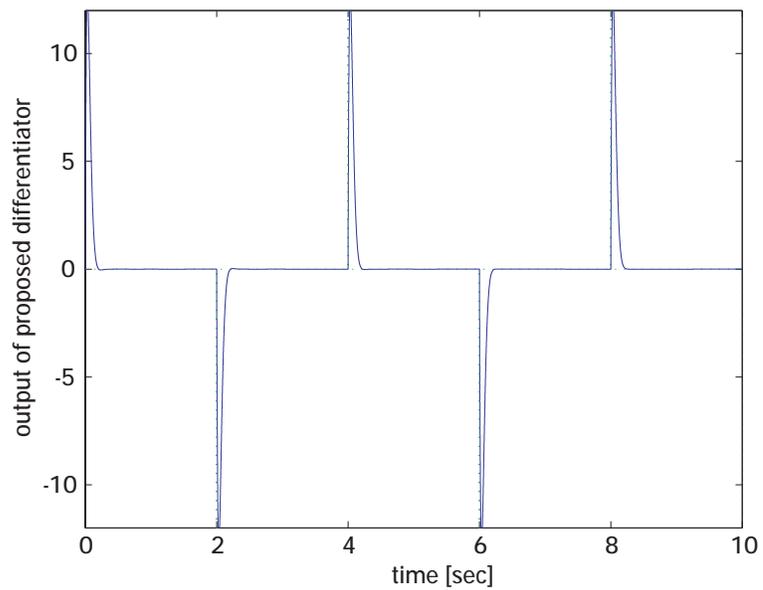


図 3.27: 本論文で提案した適応微分器によるノイズのない場合の微分推定値.

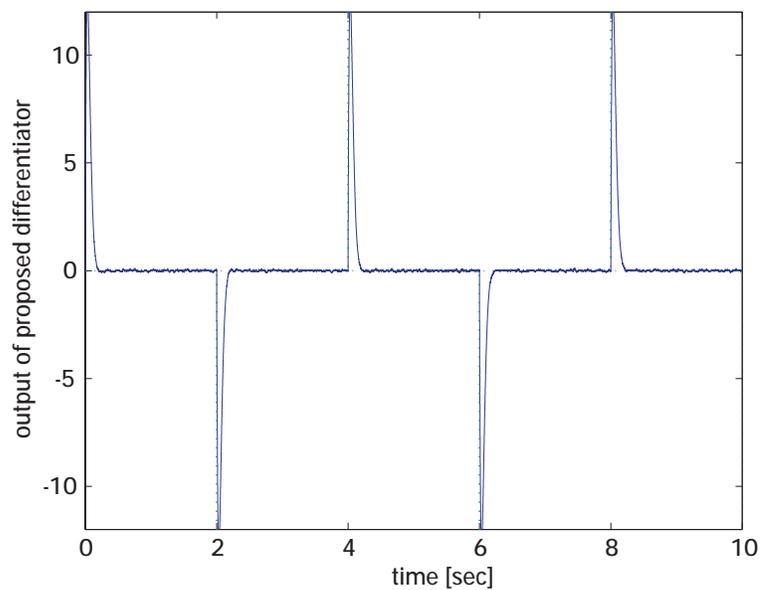


図 3.28: 本論文で提案した適応微分器によるノイズのある場合の微分推定値.

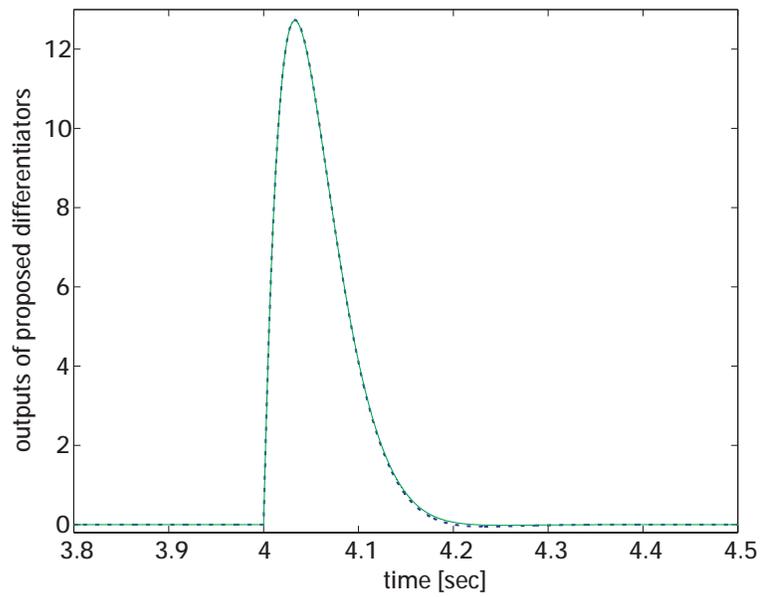


図 3.29: ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [3.8, 4.5]$)).

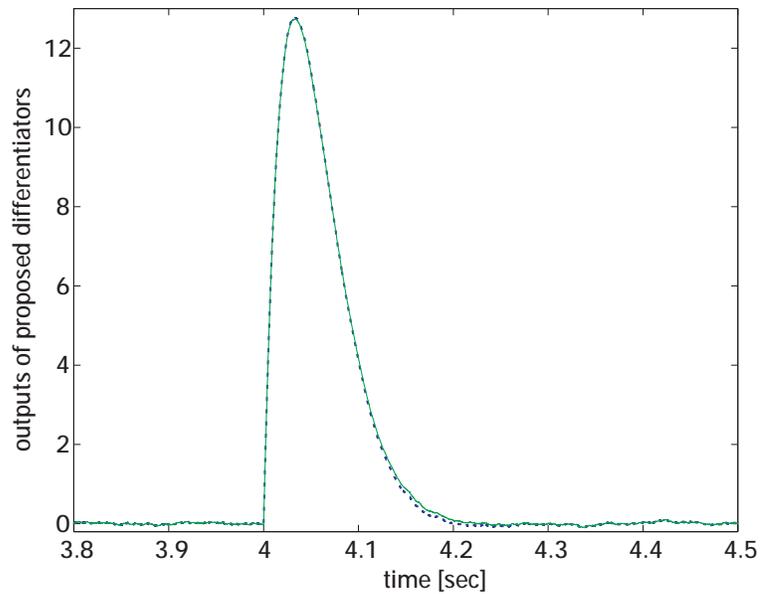


図 3.30: ノイズのある入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [3.8, 4.5]$)).

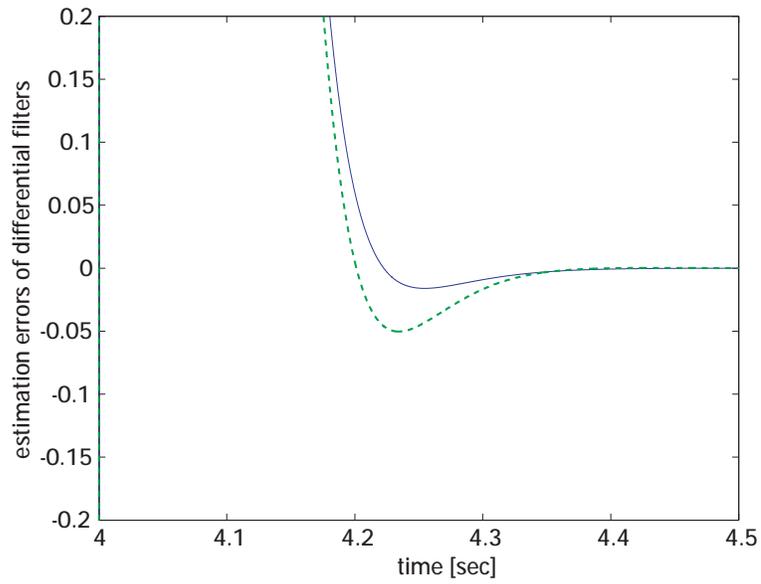


図 3.31: ノイズのない入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [4, 4.5]$).

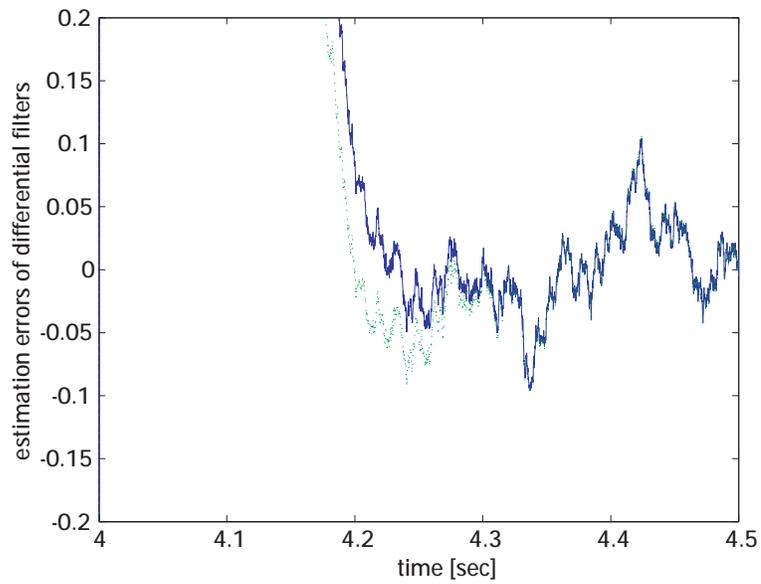


図 3.32: ノイズのある入力信号波形の本手法による微分推定値 (実線) と Park の手法による微分推定値 (点線)($t = [4, 4.5]$).

第4章 摩擦力の推定

4.1 はじめに

本章ではまず線形摩擦モデルについて位置と速度の全状態が観測可能な場合に摩擦力を推定する適応オブザーバを設計する。この適応オブザーバの速度信号を速度推定器による推定値に置き換えることで位置だけが観測可能な場合について適応オブザーバを設計する。そして速度信号を推定値に置き換えても入力状態安定 (ISS) であることを証明する。

次に非線形摩擦モデルについて位置と速度の全状態が観測可能な場合について適応オブザーバを設計する。文献 [3, 16, 19, 32] から、非線形摩擦力は上限値で抑えられることが知られている。本研究では摩擦力の上限をファジィ基底関数展開を使用して近似することで適応オブザーバを上記の線形摩擦モデルに帰着させている。このため非線形摩擦モデルの場合にも適応オブザーバの速度信号を速度推定器による推定値に置き換えることで位置だけが観測可能な場合について適応オブザーバを設計し、線形モデルの誤差方程式と同等のものになるため、速度信号を推定値に置き換えても入力状態安定 (ISS) である証明を適用可能にしている。

さらに加速度推定器による摩擦力の非モデルベース推定を行う適応オブザーバを設計する。これは速度推定器に似た加速度推定器を使用することでモデルなしで摩擦力を推定するものである。非線形モデルでは摩擦のパラメータや平均プリストル歪度が分からないときには上限の推定しかできないので、上限値でない摩擦力をそのままモデルがわからなくても推定できるか試したものである。またこれによって逆に摩擦のダイナミクスを知ることによって適用するモデルを決めることができる。

そして設計した各オブザーバの MATLAB/Simulink によるシミュレーション結果を示す。

4.2 線形摩擦モデルの適応推定

本節で対象とする線形摩擦モデルを再掲する.

$$\ddot{y}(t) + (a_1 + \epsilon(t))\dot{y}(t) + a_0y(t) = bu(t) \quad (4.1)$$

(4.1) 式の線形摩擦モデルに対して, 位置と速度の全状態が観測可能な場合と位置だけが観測可能な場合の2つの適応オブザーバを設計する.

4.2.1 適応オブザーバの設計-全状態が観測可能な場合

全状態が観測可能な場合の適応オブザーバは次のように与えられる.

$$\ddot{\hat{y}}(t) + \hat{a}_1(t)\dot{\hat{y}}(t) + a_0\hat{y}(t) = bu(t) - k_1\dot{e}(t) - k_2e(t) - \hat{\epsilon}(t)q(t) \quad (4.2)$$

ここで $\hat{y}, \hat{a}_1, \hat{\epsilon}$ はそれぞれ y, a_1, ϵ の推定値である. 付加信号 $q(t)$ は後で決定する. 推定誤差は $e(t) = \hat{y}(t) - y(t)$ である. このとき誤差方程式は次のようになる.

$$\ddot{e}(t) + k_1\dot{e}(t) + k_2e(t) = \tilde{a}_1(t)\dot{y}(t) - \hat{\epsilon}(t)q(t) + \epsilon(t)\dot{y}(t) \quad (4.3)$$

$\tilde{a}_1(t) = -\hat{a}_1(t) + a_1$ とするとき, 文献 [32, 16] からフィルター誤差 $r(t)$ を $r(t) = \dot{e}(t) + \alpha e(t), \alpha > 0$ と定義する. このとき一次の誤差方程式が次のように得られる.

$$\dot{r} = -(k_1 - \alpha) \left(\dot{e} + \frac{k_2}{k_1 - \alpha} e \right) + \tilde{a}_1(t)\dot{y}(t) - \hat{\epsilon}(t)q(t) + \epsilon(t)\dot{y}(t) \quad (4.4)$$

設計パラメータとして k_1, k_2 を次のように選ぶ.

$$k_1 > \alpha, k_2 = \alpha(k_1 - \alpha)$$

上の方程式は次のように書き換えられる.

$$\dot{r} = -(k_1 - \alpha)r + \tilde{a}_1(t)\dot{y}(t) + \epsilon(t)\dot{y}(t) - \hat{\epsilon}(t)q(t) \quad (4.5)$$

パラメータ調整則を次のように選ぶ.

$$\dot{\hat{a}}_1(t) = \gamma_1 \dot{y}(t)r(t) \quad (4.6)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}(t) = |r(t)||\dot{y}(t)| = \text{sgn}(r(t))r(t)|\dot{y}(t)| \quad (4.7)$$

ここで次の定理を得る.

定理 4.1 関数 $q(t)$ を $q(t) = \text{sgn}(r(t))|\dot{y}(t)|$ と選ぶと, 適応調整則 (4.6), (4.7) 式は $\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0$ を保証する. さらに \tilde{a} と $\tilde{\epsilon}$ は有界である.

証明: リアプノフ関数を次のように定義する.

$$V_0 = \frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{a}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{\epsilon}^2$$

時間微分すると

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= r\dot{r} + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{a}_1(-\dot{\hat{a}}_1) + \tilde{\epsilon}\dot{\tilde{\epsilon}} \\ &= -(k_1 - \alpha)r^2 + r(\epsilon\dot{y} - \hat{\epsilon}\text{sgn}(r)|\dot{y}|) + \tilde{\epsilon}|r||\dot{y}| \\ &= -(k_1 - \alpha)r^2 + r\epsilon\dot{y} - \epsilon_d|r||\dot{y}| \\ &\leq -(k_1 - \alpha)r^2 + |r||\dot{y}|(|\epsilon| - \epsilon_d) \leq 0 \end{aligned}$$

したがって, r, \tilde{a}_1 と $\tilde{\epsilon}$ は有界である. Lasalle-Yoshizawa 定理 ([33]) から, 次式を得る.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0 \quad (4.8)$$

これはまた次式を保証する.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0 \quad (4.9)$$

(証明終)

(4.8) 式と (4.9) 式から,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \{\hat{a}_1(t)\dot{y}(t) - (a_1 + \epsilon(t))\dot{y} + \ddot{e}\} = 0 \quad (4.10)$$

$|\ddot{e}|$ は十分小さいと仮定すると, 摩擦力 $F_f = M(a_1 + \epsilon(t))\dot{y}$ の推定値は次式で与えられる.

$$\hat{F}_f(t) = M\hat{a}_1(t)\dot{y}(t) \quad (4.11)$$

4.2.2 適応オブザーバの設計-位置だけが観測可能な場合

パラメータ調整則には速度の情報が必要であるため, 観測可能な信号が位置だけの場合は速度を推定する必要がある. Park らは適応微分フィルターと呼ぶ出力の時間微分

推定器を提案した [23]. しかしこの推定器は速い時変信号の場合には推定誤差が発生する. このため Park らとは別の前章で述べた適応微分推定器と呼ぶ時間微分推定器を使用する.

時間 t のとき $y(t)$ が入手可能な信号で, 非線形関数であるとする. 信号 $y(t)$ を時間微分したものを $\dot{\theta}_T(t)$ とすると次式のように表すことができる.

$$\dot{y}(t) = \dot{\theta}_T(t) \quad (4.12)$$

問題を次のように提起する.

[微分フィルタ設計問題]

ダイナミクスのでわからない測定可能な信号 $y(t)$ から微分値 $\dot{\theta}_T(t)$ を推定する微分フィルタを設計する.

(4.12) 式の時変パラメータは次の不等式を満足するものとする.

$$|\theta_T(t) - \theta_{T0}| \leq \epsilon_{T0} \quad (4.13)$$

ここで θ_{T0} は未知の定数, ϵ_{T0} は十分小さい既知の定数である. (4.12) 式を次式のように書き換える.

$$\dot{y} = \dot{\theta}_{T0} + \epsilon_T(t) \quad (4.14)$$

ここで $\epsilon_T(t) = \dot{\theta}_T(t) - \dot{\theta}_{T0}$ である. 時変パラメータ $\epsilon_T(t)$ は十分小さいがその微分値 $\dot{\epsilon}(t)$ は大きい可能性がある. 適応オブザーバは次式のように与えられる.

$$\dot{\hat{y}}_T = -k(\hat{y}_T - y) + \hat{\theta}_T(t) - \hat{\epsilon}_T(t) \text{sgn}(\hat{y}_T - y) \quad (4.15)$$

ここで $k > 0$ とする. オブザーバの推定誤差を $e_T(t) = \hat{y}_T(t) - y(t)$ とすると, 誤差システムは次式のようになる.

$$\dot{e}_T = -ke_T + \tilde{\theta}_T(t) - \hat{\epsilon}_T(t) \text{sgn}(e_T) - \epsilon_T(t) \quad (4.16)$$

ここで $\tilde{\theta}_T(t) = \hat{\theta}_T(t) - \theta_{T0}$ である. パラメータ調整則を次のように選んだ

$$\dot{\tilde{\theta}}_T(t) = \dot{\hat{\theta}}_T(t) = -\gamma e_T(t) \quad (4.17)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}_T(t) = |e_T(t)| \quad (4.18)$$

ここで $\gamma > 0$ である. 次の補題が得られる.

補題 4.1 誤差システムとして (4.16) 式を考える. パラメータ調整則 (4.17), (4.18) 式は次のように誤差システムの安定性を保証する.

$$e_T(t) \rightarrow 0 \quad (t \rightarrow \infty)$$

さらに, もし $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_T(t) = 0$, ならば $\lim_{t \rightarrow \infty} (\tilde{\theta}_{T\epsilon}(t) - \hat{e}_T(t) \text{sgn}(e_T)) = 0$ となる. ただし $\tilde{\theta}_{T\epsilon}(t) = \hat{\theta}_T(t) - \theta_T(t)$ である.

証明: 全システムを次式のように書き換える.

$$\begin{aligned} \dot{e}_T(t) &= -ke_T(t) + \tilde{\theta}_T(t) - \hat{e}_T(t) \text{sgn}(e_T(t)) - \epsilon_T(t) \\ \dot{\tilde{\theta}}_T &= -\gamma e_T(t) \\ \dot{\hat{e}}_T(t) &= |e_T(t)| \end{aligned}$$

リアプノフ関数を次のように選ぶ.

$$V_1 = \frac{1}{2} \left(e_T^2(t) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}_T^2(t) + \tilde{\epsilon}_T^2(t) \right)$$

ここで $\tilde{\epsilon}_T(t) = \hat{e}_T(t) - \epsilon_{T0}$ である. 時間微分すると次のようになる.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_T \dot{e}_T + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}_T \dot{\tilde{\theta}}_T + \tilde{\epsilon}_T \dot{\hat{e}}_T \\ &= e_T(-ke_T + \tilde{\theta}_T - \hat{e}_T \text{sgn}(e_T) - \epsilon_T) + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}_T \dot{\tilde{\theta}}_T + \tilde{\epsilon}_T \dot{\hat{e}}_T \\ &= -ke_T^2 + \tilde{\theta}_T \left(e_T + \frac{1}{\gamma} \dot{\tilde{\theta}}_T \right) - e_T \hat{e}_T \text{sgn}(e_T) - e_T \epsilon_T + \hat{e}_T \dot{\hat{e}}_T - \epsilon_{T0} \dot{\hat{e}}_T \\ &= -ke_T^2 - (e_T \epsilon_T + e_T \epsilon_{T0} \text{sgn}(e_T)) \\ &= -ke_T^2 - (e_T \epsilon_T + \epsilon_{T0} |e_T|) \\ &\leq -ke_T^2 + |e_T| |\epsilon_T| - \epsilon_{T0} |e_T| \\ &\leq -ke_T^2 \leq 0 \end{aligned}$$

それゆえ, $e_T \in L_2 \cap L_\infty$, $\tilde{\theta}_T \in L_\infty$, $\tilde{\epsilon}_T \in L_\infty$ である. また $e_T \in L_\infty$, $\tilde{\theta}_T \in L_\infty$, $\tilde{\epsilon}_T \in L_\infty$, から $\dot{e}_T \in L_\infty$ である. Barbalat の補題から, $\lim_{t \rightarrow \infty} e_T(t) = 0$ である. さらに, u_T を次のように決める.

$$u_T = \tilde{\theta}_T(t) - \hat{e}_T(t) \text{sgn}(e_T) - \epsilon_T(t)$$

誤差のダイナミクスは次の一次システムで表すことができる.

$$\dot{e}_T(t) = -ke_T(t) + u_T(t)$$

もしも $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}_T(t) = 0$ であるならば

$$\begin{aligned} & \lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta}_T(t) - \theta_{T0} - \epsilon_T(t) - \hat{e}_T(t) \text{sgn}(e_T)) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta}_T(t) - \theta_T(t) - \hat{e}_T(t) \text{sgn}(e_T)) \\ &= 0 \end{aligned}$$

が成り立つ.

(証明終)

V_1 が有界ならば \hat{e} は ϵ_{T0} を中心とする球体の内部にある, ここで $|\epsilon_{T0}|$ は十分小さいものとする. もし $t > t_f$ のとき $|\hat{e}_T(t)|$ が十分小さいならば, $(\hat{\theta}_T(t) - \theta_T(t))$ は $t > t_f$ の間で十分小さい. さらに, $e_T = 0$ のとき, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta}_T(t) - \theta_T(t)) = 0$ である. たとえ $|\dot{\hat{e}}_T(t)|$ が大きくても $|\hat{e}_T(t)|$ の値自身が小さい限りは $\hat{\theta}_T(t)$ は $\theta_T(t)$ の推定値として仮定することができる.

この結果, 出力 y の微分を推定する適応オブザーバと調整則を次のように与える.

$$\dot{\hat{y}}_T = -k(\hat{y}_T - y) + \hat{\theta}_T(t) - \hat{e}_T(t) \text{sgn}(\hat{y}_T - y) \quad (4.19)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_T(t) = -\gamma e_T(t), \dot{\hat{e}}_T(t) = |e_T(t)| \quad (4.20)$$

ここで $e_T(t) = \hat{y}_T(t) - y(t)$ である. 信号 $y(t)$ の微分推定器として次式を与える.

$$\hat{y} = \hat{\theta}_T = -\int_0^t \gamma e_T(\tau) d\tau \quad (4.21)$$

本論文ではこの推定器 (4.21) 式を適応微分推定器と呼ぶ.

位置計測の場合の適応オブザーバを次のように与える.

$$\ddot{\hat{y}}(t) + \hat{a}_1(t) \dot{\hat{y}}(t) + a_0 y(t) = bu(t) - k_2 e(t) - \hat{e}(t) \hat{q}(t) \quad (4.22)$$

誤差方程式は次式のようになる.

$$\ddot{e}(t) + a_1 \dot{e}(t) + k_2 e(t) = \tilde{a}_1(t) \dot{\hat{y}}(t) + \epsilon(t) \dot{y}(t) - \hat{e}(t) \hat{q}(t) \quad (4.23)$$

拡張誤差 $r(t)$ は全状態計測の場合と同様に一次の誤差方程式を得る.

$$\dot{r}(t) = -a_1 r(t) + \tilde{a}_1(t) \dot{\hat{y}}(t) + \epsilon(t) \dot{y} - \hat{e}(t) \hat{q}(t) \quad (4.24)$$

フィルター誤差 $r(t)$ は位置計測では測定できないため推定値 $\hat{r}(t)$ を使用し, その推定微分フィルターは次式のようになる.

$$\dot{\hat{r}}(t) = \hat{e}(t) + \alpha e(t) \quad (4.25)$$

ここで $\hat{e}(t) = \dot{\hat{y}} - \dot{\hat{y}}$ である. $\hat{e}(t) = \dot{e} - \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon}$ から, フィルター誤差の推定値は次のように書き換えられる.

$$\hat{r}(t) = r(t) - \tilde{\theta}_{T\epsilon}(t) \quad (4.26)$$

フィルター誤差の推定値のダイナミクスを次のように得る.

$$\dot{\hat{r}} = -(a_1 - \alpha)\hat{r} + \tilde{a}_1(t)\dot{\hat{y}} + \epsilon\theta_T - \hat{\epsilon}\hat{q} - (a_1 - \alpha)\tilde{\theta}_{T\epsilon} - \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon} \quad (4.27)$$

フィルター誤差 r をその推定値 \hat{r} に置き換え, 適応オブザーバの調整則と付加信号を次のように定義する.

$$\hat{q}(t) = \text{sgn}(\hat{r}(t))|\dot{\hat{y}}(t)| \quad (4.28)$$

$$\dot{\hat{a}}_1(t) = -\dot{\tilde{a}}_1 = \gamma_1\dot{\hat{y}}(t)\hat{r}(t) \quad (4.29)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}(t) = |\hat{r}(t)||\dot{\hat{y}}(t)| = \text{sgn}(\hat{r}(t))\hat{r}(t)|\dot{\hat{y}}(t)| = \hat{r}\hat{q} \quad (4.30)$$

次の定理によって出力の推定誤差が有界であることを保証する.

定理 4.2 (4.29) 式と (4.30) 式に示した適応調整則は有界な \hat{r} と $\tilde{\epsilon}$ を実現する. ここで $\tilde{\epsilon} = \hat{\epsilon} - \epsilon_d$ である. さらに (4.27) 式は $(\tilde{\theta}_{T\epsilon}, \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon})$ に関して入力状態安定 (ISS) である.

証明: リアプノフ関数の候補を次式のように決める.

$$V_0 = \frac{1}{2}\hat{r}^2 + \frac{1}{2\gamma_1}\tilde{a}_1^2 + \frac{1}{2}\tilde{\epsilon}^2$$

時間微分すると次式のようになる.

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= -(a_1 - \alpha)\hat{r}^2 + \hat{r}(\epsilon\theta_T - \epsilon_d\hat{q}) - \hat{r}((a_1 - \alpha)\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon}) \\ &= -(a_1 - \alpha)\hat{r}^2 + \hat{r}(\epsilon(\hat{\theta}_T - \tilde{\theta}_{T\epsilon}) - \epsilon_d\hat{q}) - \hat{r}((a_1 - \alpha)\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon}) \\ &= -(a_1 - \alpha)\hat{r}^2 + \hat{r}(\epsilon\hat{\theta}_T - \epsilon_d\hat{q}) - \hat{r}((a_1 - \alpha)\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \epsilon\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon}) \\ &\leq -(a_1 - \alpha)\hat{r}^2 + |\hat{r}||\epsilon||\hat{\theta}_T| - \hat{r}\epsilon_d\text{sgn}(\hat{r})|\hat{\theta}_T| - \hat{r}((a_1 - \alpha)\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \epsilon\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon}) \\ &= -(a_1 - \alpha)\hat{r}^2 + (|\epsilon| - \epsilon_d)|\hat{r}||\hat{\theta}_T| - \hat{r}((a_1 - \alpha)\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \epsilon\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon}) \\ &\leq -(a_1 - \alpha)\hat{r}^2 - \hat{r}((a_1 - \alpha)\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \epsilon\tilde{\theta}_{T\epsilon} + \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon}) \end{aligned}$$

Krstić らの研究成果 [33] から (4.27) 式は $(\tilde{\theta}_{T\epsilon}, \dot{\tilde{\theta}}_{T\epsilon})$ に関して入力状態安定 (ISS) という結論に達する.

(証明終)

4.2.3 シミュレーション

前述のバネ-質点系の粘性摩擦係数について MATLAB/Simulink による数値シミュレーションを行う。

$$M\ddot{y} + (D + L\dot{y})\dot{y} + Ky = u$$

入力信号は $u = 1 + 5 \sin 0.5t$ [N] である。一例として制御対象のパラメータに次のようなものを考える。

$$M = 10[\text{kg}], D = 1[\text{kg/s}], L = 0.2[\text{kg/m}], K = 10[\text{N/m}]$$

推定器のパラメータ $k_1, k_2, \gamma_1, k, \gamma$ は正の値である。アルゴリズムの鍵となるパラメータは γ_1 である。 γ_1 の値を大きく選ぶと推定の応答は速くなるが外乱に敏感に反応する。出力推定誤差から最適な値を選ぶ必要がある。適応オブザーバのパラメータを次のように選ぶ。

$$k_1 = 0.1, k_2 = 0.0025, \gamma_1 = 50, \alpha = 0.05$$

また適応微分推定器のパラメータを次のように選ぶ。

$$k = 2, \gamma = 20$$

まず出力 y をノイズの無い状態で測定する。図 4.1 にテスト入力 u (点線) と出力 y (実線) を示す。線形摩擦モデルの出力は入力に同期して変化している。

図 4.2 に摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) を示す。約 10 秒で摩擦力に推定値が収束しており、図 4.2 から時変信号 $L\dot{y}$ が存在しても適応オブザーバは粘性摩擦力を推定できることがわかる。

次に、ガウスノイズ n を付加した場合について検証する。適応微分推定器のパラメータはノイズなしの場合と同様に選ぶ。ノイズ $n \in N(0, 10^{-5})$ を付加したとき、図 4.3 に摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) を示す。適応微分推定器は付加的ノイズに対してロバスト性があることがわかる。

ノイズ $n \in N(0, 10^{-4})$ を付加したときには推定値 $\hat{F}_f(t)$ はノイズの影響がかなり大きい。平均化法を使用して、推定値は次のように置き換えられる。

$$\langle \hat{F}_f(t) \rangle = \hat{y}(t) \frac{1}{t} \int_0^t M \hat{a}_1(\tau) d\tau \quad (4.31)$$

図 4.4 はノイズを付加した場合の摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) を示す。平均化法はノイズの影響を減少させるのに有効である。

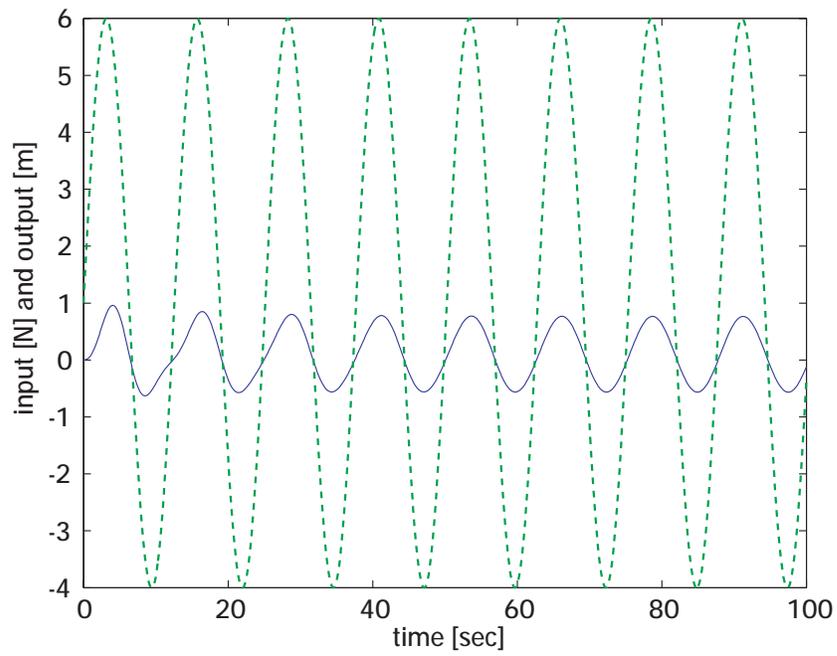


図 4.1: テスト入力 u (点線) と出力 y (実線).

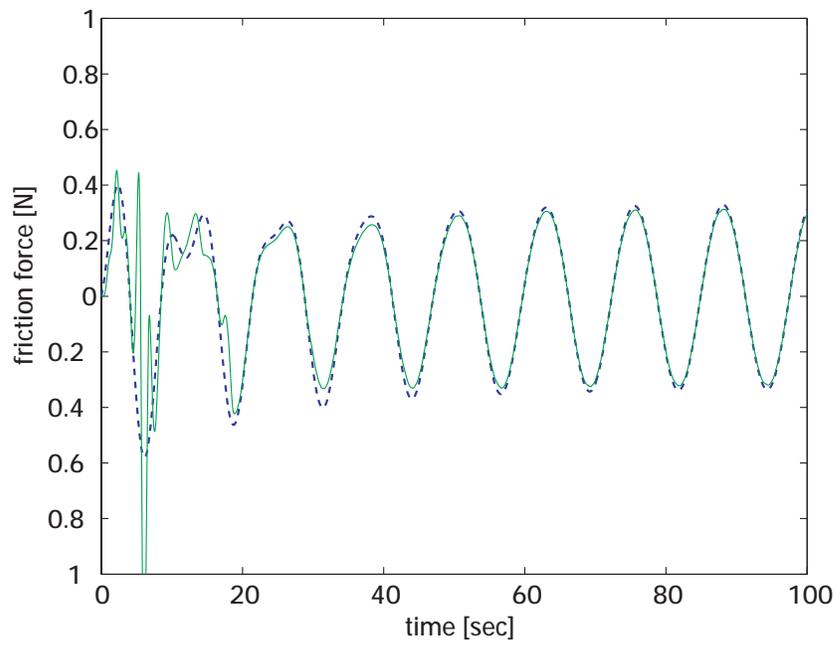


図 4.2: 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).

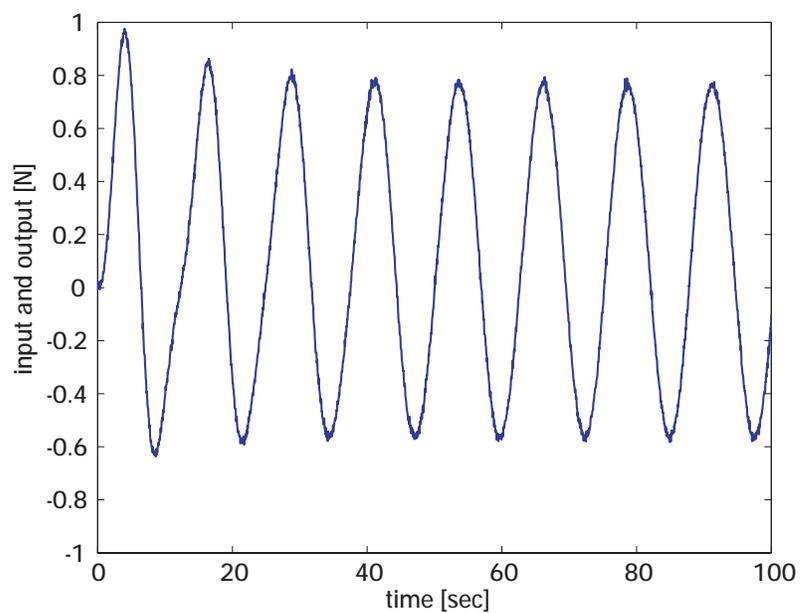


図 4.3: ノイズを付加した位置信号 $y + n$.

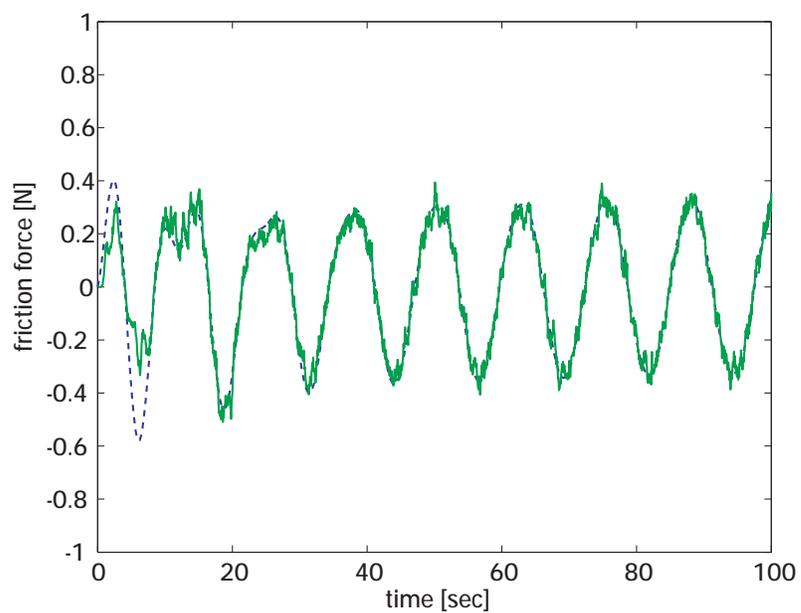


図 4.4: ノイズを付加した場合の摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).

4.3 非線形摩擦モデルの適応推定

本節では非線形摩擦モデルについて位置と速度の全状態が観測可能な場合と位置だけが観測可能な場合の2つの適応オブザーバを設計する。

LuGre モデルは Canudas de Wit らにより提案された新しい動的摩擦モデルで Dahl 効果, 摩擦の記憶効果, スティック・スリップ動作などの動的摩擦効果を表現し, その上にストライベック効果を含む静止状態摩擦効果も表現することができる [3, 34]. このモデルは摩擦を発生する2つの接触面の間に仮想的な毛を想定している. 摩擦面に想定した毛の平均曲がり z , 摩擦面の相対速度 \dot{y} , 摩擦力 F_f とすると次式のように表すことができる.

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (4.32)$$

$$\dot{z} = -\frac{|\dot{y}|}{g(\dot{y})} z + \dot{y} \quad (4.33)$$

$$g(\dot{y}) = \frac{1}{\sigma_0} \{f_c + (f_s - f_c) \exp\{-(\dot{y}/\dot{y}_s)^2\}\} \quad (4.34)$$

ただし, パラメータ σ_0 は毛の曲がりに応じた弾性係数, $\sigma_1(v)$ は滑りの減衰係数, σ_2 は粘性摩擦係数, f_c はクーロン摩擦レベル, f_s は静摩擦レベル, \dot{y}_s はストライベック速度である.

単一質点系において動的な非線形摩擦力は次式にて表すことができる.

$$M\ddot{y}(t) + F_f(t) + Ky(t) = u(t) \quad (4.35)$$

ただし質量 M , バネ定数 K は既知で摩擦力 $F_f(t)$ は未知であるとする. 摩擦力 $F_f(t)$ を次のように書き換えることができる.

$$F_f(t) = F_{fz}(z, \dot{y}) + \theta \dot{y} \quad (4.36)$$

ここで

$$F_{fz} = \left(\sigma_0 - \sigma_1 \frac{1}{g(\dot{y})} |\dot{y}| \right) z \quad (4.37)$$

$$\theta = \sigma_1 + \sigma_2 \quad (4.38)$$

文献 [3, 16, 19, 32] から, 摩擦力の絶対値は次のように有界である.

$$|F_{fz}(t)| \leq F_m(\dot{y}) \quad (4.39)$$

文献 [32, 35, 19, 36] から, 上界関数 $F_m(\dot{y})$ はファジィ基底関数展開によって次のように近似することができる.

$$F_m(\dot{y}) = \mathbf{k}^T \boldsymbol{\zeta}(\dot{y}) + \epsilon \quad (4.40)$$

$$\mathbf{k} = [k_1, \dots, k_L]^T \quad (4.41)$$

$$\boldsymbol{\zeta}(\dot{y}) = [\zeta^1(\dot{y}), \dots, \zeta^L(\dot{y})]^T \quad (4.42)$$

ϵ は近似誤差で ζ^j は次のように定義する.

$$\zeta^j(\dot{y}) = \frac{\mu_{A^j}(\dot{y}(t))}{\sum_{j=1}^L \mu_{A^j}(\dot{y}(t))} \quad (4.43)$$

ここでメンバーシップ関数は次式のようにガウス関数を使用する.

$$\mu_{A^j}(v) = \exp\left(-\frac{(v - \bar{v}_j)^2}{2w_j^2}\right) \quad (4.44)$$

$$w_j = w, \quad j = 1, \dots, L \quad (4.45)$$

近似誤差 ϵ_f は未知であるが, Wang らの文献 [18] から $L \rightarrow \infty$ でゼロになり, L の項数に応じてある一定範囲の誤差で近似できることから次式が成り立つ.

$$|\epsilon| \leq \epsilon_d \quad (4.46)$$

4.3.1 全状態が測定可能な場合の適応推定

全状態が測定可能な場合の適応推定器は Ge のニューラルネット制御器 [32] を応用して次式のようにする. ここでは Ge のニューラルネット制御器と同様に非線形関数を近似する, 前述のファジィ基底関数展開近似を使用している.

$$\ddot{\hat{y}} = \frac{1}{M}(u - \hat{\mathbf{k}}^T \boldsymbol{\zeta} \text{sgn}(r) - \hat{\theta}\dot{y} - \hat{\epsilon} \text{sgn}(r) - K\hat{y}) - k_1\dot{e} - k_2e \quad (4.47)$$

ここで $e = \hat{y} - y, r = \dot{e} + \alpha e, \alpha > 0$ とする. α は適応オブザーバのパラメータである. また k_1, k_2 はフィードバックゲインであり, $-k_1\dot{e} - k_2e$ が y と \hat{y} の誤差を利用して収束させる項である. 拡張誤差方程式は次式のようになる.

$$\dot{r} = -(k_1 - \alpha)(\dot{e} + \beta e) + \frac{1}{M}\xi \quad (4.48)$$

ここで

$$\beta = \frac{K + Mk_2}{M(k_1 - \alpha)} \quad (4.49)$$

$$\xi = -\hat{\mathbf{k}}^T \boldsymbol{\zeta} \text{sgn}(r) + F_{fz} - \tilde{\theta} \dot{y} - \hat{\epsilon} \text{sgn}(r) \quad (4.50)$$

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta \quad (4.51)$$

とする. フィードバックゲイン k_1, k_2 を $k_1 > \alpha, \beta = \alpha$ となるように選ぶと, 誤差方程式は次のように書き換えられる.

$$\dot{r} = -(k_1 - \alpha)r + \frac{1}{M}\xi \quad (4.52)$$

Ge らと同じ次の適応調整則を使用する [32]. Γ は正定値行列で γ_1, γ_2 は調整則のパラメータである.

$$\dot{\hat{\mathbf{k}}} = \Gamma \boldsymbol{\zeta} |r| \quad (4.53)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma_1 \dot{y} r \quad (4.54)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}} = \gamma_2 |r| \quad (4.55)$$

ここで次の定理を得る.

定理 4.3 (4.53), (4.54), (4.55) 式に示した適応調整則は $\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0$ を保証する.

証明: リアプノフ関数の候補を次式のように置く.

$$V = \frac{M}{2} r^2 + \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{k}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\mathbf{k}} + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\theta}^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\epsilon}^2$$

ここで $\tilde{\epsilon} = \hat{\epsilon} - \epsilon_d$ である. 時間微分すると次式のようになる.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -M(k_1 - \alpha)r^2 + r\xi + \tilde{\mathbf{k}}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\mathbf{k}}} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta} \dot{\hat{\theta}} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\epsilon} \dot{\hat{\epsilon}} \\ &\leq -M(k_1 - \alpha)r^2 + \tilde{\mathbf{k}}^T (-\boldsymbol{\zeta} |r| + \Gamma^{-1} \dot{\hat{\mathbf{k}}}) + \tilde{\theta} (-\dot{y} r + \frac{1}{\gamma_1} \dot{\hat{\theta}}) + (-\dot{\hat{\epsilon}} + \epsilon_d) |r| + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\epsilon} \dot{\hat{\epsilon}} \\ &\leq -M(k_1 - \alpha)r^2 + |r|(\epsilon - \epsilon_d) \\ &\leq -M(k_1 - \alpha)r^2 \end{aligned}$$

したがって, r は 0 に収束する.

(証明終)

上の定式化は前述の線形摩擦力推定と同じである. LuGre モデルの従来の推定器では速度情報を必要とする. 次節では全状態が測定できる場合の推定器を拡張して同様の方法で速度の測定なしで摩擦力を推定する方法について述べる.

4.3.2 位置だけが測定可能な場合の適応推定

位置だけが測定可能な場合は適応微分推定器を使用して速度 \dot{y} を推定する. 定理 4.2 から入力状態安定 (ISS) である. 適応オブザーバは次式のようにする.

$$\ddot{\hat{y}} = \frac{1}{M}(u - \hat{\mathbf{k}}^T \boldsymbol{\zeta} \text{sgn}(\hat{r}) - \hat{\theta} \dot{\hat{y}} - \hat{e} \text{sgn}(\hat{r}) - K\hat{y}) - k_1 \hat{e} - k_2 e \quad (4.56)$$

ここで \hat{r} は r の推定値である. 適応調整則は次のように置き換える.

$$\dot{\hat{\mathbf{k}}} = \Gamma \boldsymbol{\zeta} |\hat{r}| \quad (4.57)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma_1 \dot{\hat{y}} \hat{r} \quad (4.58)$$

$$\dot{\hat{e}} = \gamma_2 |\hat{r}| \quad (4.59)$$

動摩擦力の推定上限値は次式で与える.

$$\hat{F}_m = \hat{\mathbf{k}}^T \boldsymbol{\zeta}(\hat{y}) \quad (4.60)$$

適応微分推定器によるファジー適応オブザーバによって動的摩擦力の上界関数が推定される. この上界関数は Ge(2000), Wang(2001), Sato(2004) らと同様の手法によって動的摩擦力の補償に応用できる.

4.3.3 シミュレーション

次のシミュレーションでは LuGre モデルのパラメータを次式のように設定した.

$$M = 10[\text{kg}], K = 10[\text{N/m}], \sigma_0 = 100[\text{kg/s}^2], \sigma_1 = 2[\text{kg/s}], \sigma_2 = 0.01[\text{kg/s}], \\ f_c = 1[\text{N}], f_s = 1.5[\text{N}], v_s = 0.1[\text{m/s}]$$

ここで LuGre モデルのパラメータは Ge らの文献 [32] を参考として設定している. 初期状態は一例として次のとおりとする.

$$y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0.2, z(0) = 1$$

テスト入力は $u = U(t-1)(\sin t + 2)$, ここで $U(t)$ は単一ステップ関数である. ファジィ基底関数のパラメータの選定は望む推定性能に影響する. Stone-Weierstrass 定理から線形なファジィ基底関数の線形結合は任意の精度で有限集合上の任意の連続関数を近似できる. このシミュレーションではファジィ基底関数の数は十分であると仮定

し、そのパラメータは固定値を求める。ファジィ基底関数のパラメータは次のように選定した。

$$w_j = 0.5, (j = 1, \dots, 5),$$

$$\bar{v}_1 = -1, \bar{v}_2 = -0.5, \bar{v}_3 = 0.0, \bar{v}_4 = 0.5, \bar{v}_5 = 1$$

適応オブザーバの初期状態はゼロとする。摩擦力推定の鍵となる設計パラメータは $\Gamma, \gamma_1, \gamma_2$ である。そして γ は速度推定の場合に重要となる。鍵となるパラメータを大きくすると推定値の応答は速くなる。適応オブザーバとその調整則のパラメータは次のように与える。

$$\hat{y}(0) = 0, \dot{\hat{y}}(0) = 0, k_1 = 40, k_2 = 75, \alpha = 2,$$

$$\Gamma = 300 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \gamma_1 = 5.5, \gamma_2 = 5.5$$

適応微分推定器のパラメータは次のようにする。

$$k = 10, \gamma = 100$$

適応微分推定器のパラメータ選定の目安は γ を大きくすると推定速度が速くなるが、ノイズの影響を受けやすくなるため、それぞれの状況に応じた選定が必要になる。選定の目安は推定誤差 e の大きさから判断することができる。 k についてはなるべく大きな値が望ましい。

ノイズの無い位置信号を想定し、適応微分推定器を使用する。図 4.5 はテスト入力 u (点線) と位置信号出力 y (実線) を示す。位置信号出力はテスト入力に対して LuGre モデルの摩擦力の影響を受けるため不規則に変化している。

図 4.6 は摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) を示す。動き始めの摩擦力には追従できないが、約 10 秒で摩擦力の上限值に推定値が収束している。上限値の推定値であるが、実際の摩擦力が変動する影響のため、完全な一定値にはなっていない。

図 4.7 は位置信号 y (点線) とその適応オブザーバによる上界な関数である推定値 \hat{y} (実線) を示す。位置信号はグラフでは誤差が読み取れない程高い精度で追従している。

図 4.8 は速度信号 \dot{y} (点線) とその適応オブザーバによる推定値 $\dot{\hat{y}}$ (実線) を示す。速度は約 1 秒で推定値が収束している。初期値が 0 から離れている場合に推定器の初期値が 0 の

ため、急激に変動してオーバーシュートが発生するが、初期値 $y(0) = 0[m]$, $\dot{y}(0) = 0.2[m/s]$ と 0 に近いいため収束も速い。

図 4.6 から、十分時間が経過すると誤差が小さく、適応オブザーバは上界な関数である摩擦力の上限を推定している。

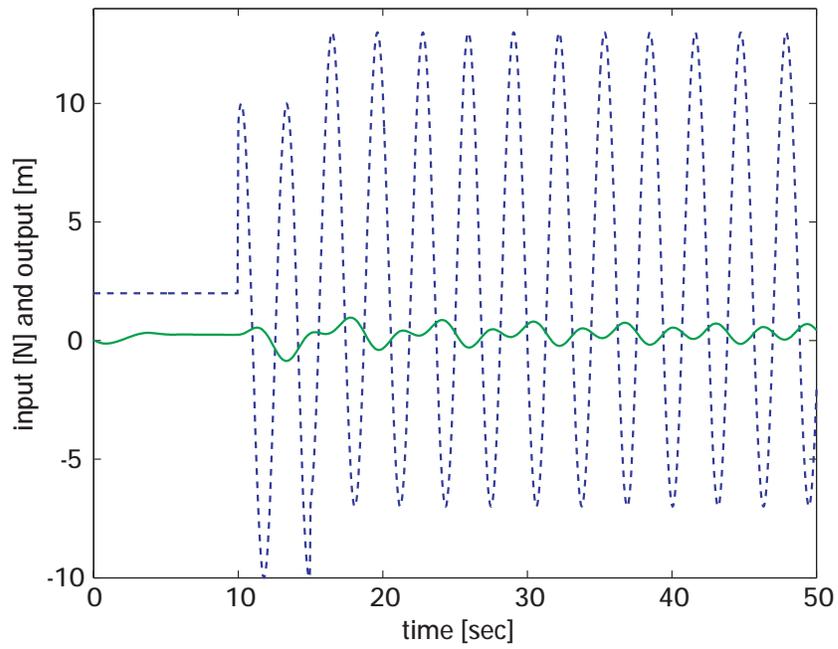


図 4.5: テスト入力 u (点線) と位置信号出力 y (実線).

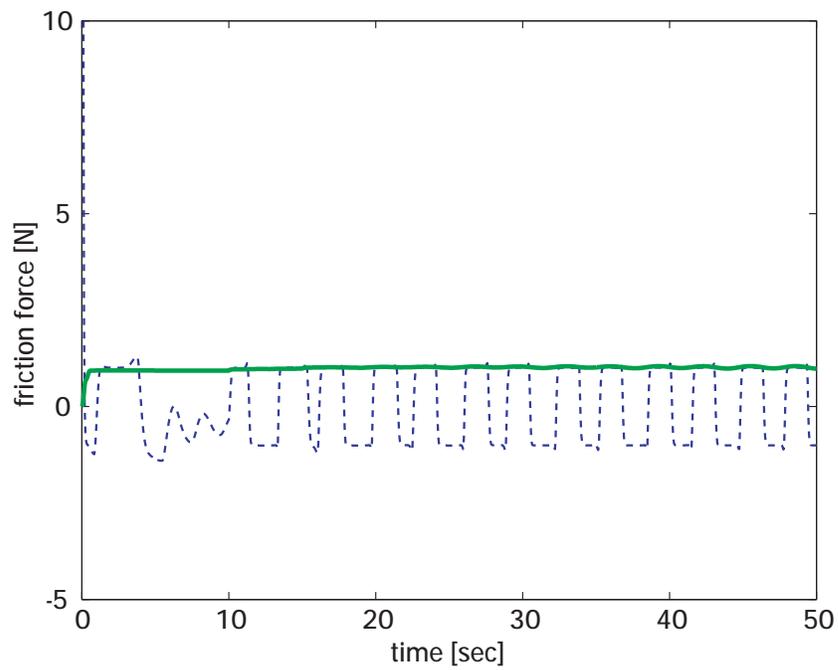


図 4.6: 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).

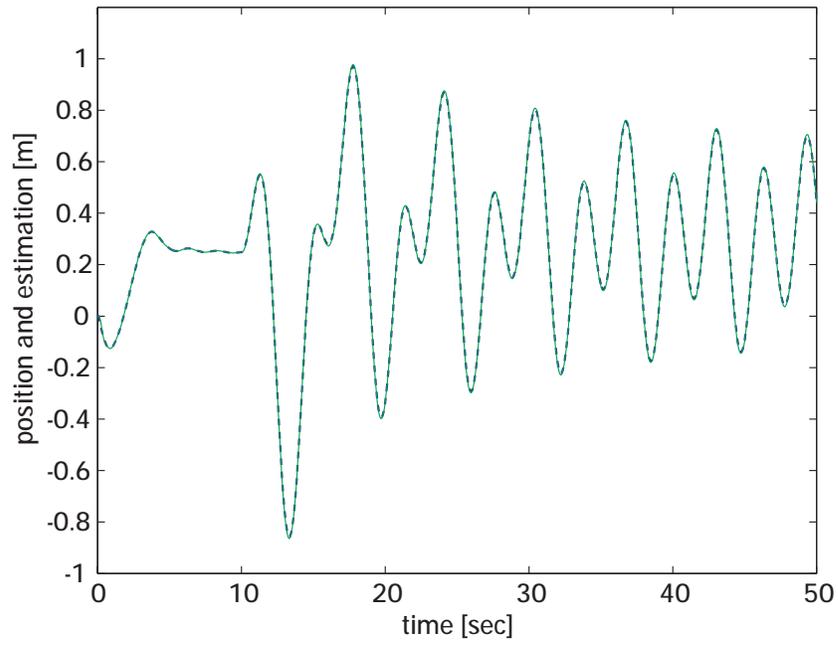


図 4.7: 位置信号 y (点線) とその適応オブザーバによる推定値 \hat{y} (実線).

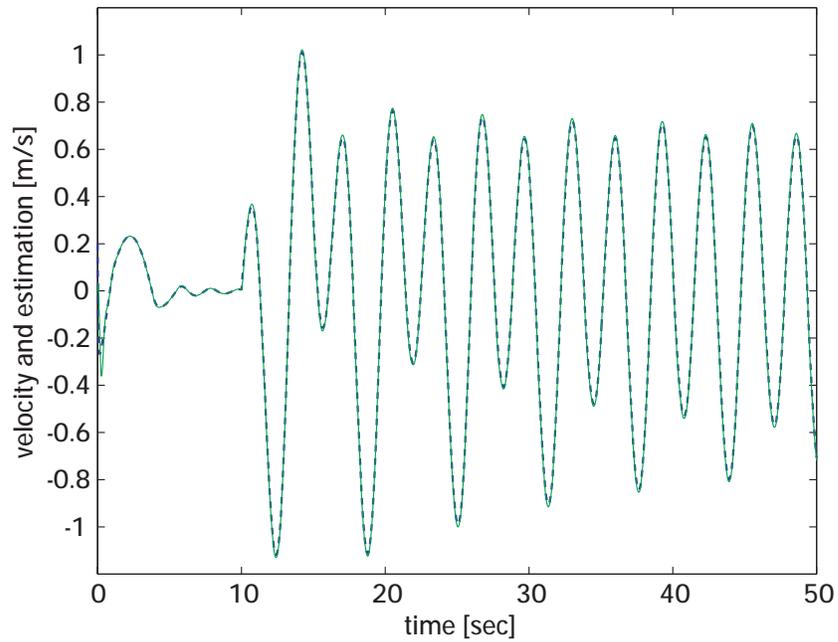


図 4.8: 速度信号 \dot{y} (点線) とその適応オブザーバによる推定値 $\dot{\hat{y}}$ (実線).

4.4 加速度推定器による摩擦力の非モデルベース推定

本節では摩擦モデルなしで摩擦力を推定するため、位置を測定した結果から加速度を推定する適応推定器を提案する。この加速度推定器は速度推定器と同様の方法で得る。しかしながら、適応推定器の相対次数が2であるため正実化適応構造を適用することはできない。加速度推定器はLMI型適応調整則のような非正実化適応構造を提案する。推定した加速度に質量を掛けたものと入力との差を摩擦力の推定値とする。この推定器での摩擦力推定性能を評価するため、粘性摩擦モデル、クーロン摩擦モデル、LuGreモデルのそれぞれについてシミュレーション結果を示す。

4.4.1 速度推定

まず適応オブザーバを使い、動的構造が未知の元で与えられた信号に対する非モデルベース微分器を考える。 $x(t)$ は時間 t での測定信号で、 $\theta_1(t)$ は測定信号の時間微分である。

$$\frac{dx(t)}{dt} = \theta_1(t) \quad (4.61)$$

時変パラメータ $\theta_1(t)$ は次式のように書き換えられる。

$$\theta_1(t) = \theta_{10} + \epsilon(t) \quad (4.62)$$

ここで θ_{10} は未知定数、 $\epsilon(t)$ は次式のように上限が既知と仮定する。

$$|\epsilon(t)| \leq \epsilon_0 \quad (4.63)$$

ここで ϵ_0 は既知定数である。非モデルベース微分器の設計問題を次のように定義する。

$x(t)$ が測定可能として、ダイナミクス情報を用いずに、その微分値 $\theta_1(t)$ を推定する微分器を設計する。

上限が既知である時間微分を推定する適応オブザーバを提案する。 $x(t)$ 信号の微分の推定 $\widehat{\frac{dx(t)}{dt}}$ は次の適応オブザーバと調整則で与えられる。

$$\dot{\hat{x}} = -k(\hat{x} - x) + \hat{\theta}_1(t) - \hat{\epsilon}(t)\text{sgn}(\hat{x} - x) \quad (4.64)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_1(t) = -\gamma(\hat{\theta}_1(t) - \theta_1(t)), \dot{\hat{\epsilon}}(t) = |(\hat{x}(t) - x(t))| \quad (4.65)$$

ここで $k > 0$ である. $\dot{x}(t)$ の推定は次式で与えられる

$$\frac{d\widehat{x}(t)}{dt} = \hat{\theta}_1(t) = - \int_0^t \gamma(\hat{x}(\tau) - x(\tau))d\tau \quad (4.66)$$

本論文ではこの推定器を非モデルベース微分器と呼ぶ. オブザーバ誤差を $e(t) = \hat{x}(t) - x(t)$ と定義すると, 誤差システムは次式で表される.

$$\dot{e} = -ke + \tilde{\theta}_1(t) - \hat{e}(t)\text{sgn}(e) - \epsilon(t) \quad (4.67)$$

ここで $\tilde{\theta}_1(t) = \hat{\theta}_1(t) - \theta_{10}$ である.

4.4.2 加速度推定

適応加速度推定に LMI 型適応則を使用する [37]. $\theta_2(t)$ を次式で示すように測定信号の 2 階微分とする.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \theta_2(t) \quad (4.68)$$

非モデルベース微分フィルタの設計問題を次のように設定する.

$x(t)$ が測定可能として, ダイナミクス情報を用いずに, 加速度 $\theta_2(t)$ を推定する微分器を構成する.

4.4.3 LMI 型適応則による適応オブザーバ

本節では LMI 型適応則による適応オブザーバを導入し, 誤差システムの安定性が保証されることを示す. 次の単一入力単一出力プラントについて考える.

$$\dot{x} = Ax + b_1(l^T\xi(t)) + b_2w(t) \quad (4.69)$$

$$y = c_1^T x + d_1w(t) \quad (4.70)$$

ここで, $A \in R^{n \times n}$, $b_1 \in R^n$, $c_1 \in R^n$ は既知, A は漸近安定, $\xi \in R^m$ はレグレスサベクトル, $l \in R^m$ は未知のベクトル, $w(t)$ は次式の有限のパワー疑似ノルムを持つ外乱である.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T w(t)^T w(t) dt \leq M^2$$

(A, b_1, c_1) は最小位相系であると仮定する. 適応オブザーバは次式で与えられる.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + b_1(\hat{l}^T(t)\xi(t)) \quad (4.71)$$

$$\hat{y} = c_1^T \hat{x} \quad (4.72)$$

ここで \hat{l} は未知ベクトル l の推定値である. 文献 [24] で与えられる次の適応則を利用する.

$$\dot{\hat{l}}(t) = -\xi(t) (\alpha F(p) + \gamma) y(t) =: \phi(t) \quad (4.73)$$

α, γ は正の設計パラメータである. 伝達関数 $F(p)$ は次のように選ぶ.

$$F(p) = h(p)d_r(p), \quad (4.74)$$

$$d_r(p) = (c_1^T(pI - A)^{-1}b_1)^{-1} \quad (4.75)$$

$$h(p) = \frac{1}{(\tau p + 1)^{n_*+m}} \quad (4.76)$$

ここで n_* は $d_r(p)$ の次数, m は非負の整数, $\tau > 0$ は小さい実数である.

次の定理が証明されている [37, 24].

定理 4.4 (4.71) 式と (4.72) 式で示すシステムのパラメータ調整則 (4.73) 式について考察する. $l(t)^T \zeta(t)$ の周波数が有界で, 次式を満足する正定値行列 P, Q と正の数値 $\beta, \phi, \psi, \epsilon_1$ が存在するならば誤差システム $(e(t), \tilde{l}(t)) := (x(t) - \hat{x}(t), l - \hat{l}(t))$ は有限のパワー擬似ノルムを持つ.

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + 2\epsilon_2 c_1 c_1^T & P b_1 - c_1^T & P b_1 \\ b_1^T P - c_1^T & -\frac{1}{\beta^2} & 0 \\ b_1^T P & 0 & -\frac{1}{\phi^2} \end{bmatrix} < 0, \quad K_1 > 0$$

さらに次の不等式を満足する.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (c_1^T e(t))^2 dt \leq \frac{(\delta\psi^2 d_1^2 + \phi^2)}{2\epsilon_1} + \frac{K_2^2}{4\epsilon_1 K_3} \gamma_0^2 M^2$$

ここで各定数を次のように置く.

$$K_1 = \frac{\alpha}{\gamma} (1 - \epsilon_0) - \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2\psi^2}$$

$$K_2 = \frac{\alpha}{\gamma}$$

$$K_3 = \frac{\alpha}{f\gamma} - \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{2\psi^2}$$

$$\gamma_0 = \|F(p)(c_1(pI - A)^{-1}b_2 + d_1) + d_1\|_\infty$$

注意 4.1 適応調整則 (4.73) 式において $\alpha = 0$ の場合, 導入した調整則は通常のグラディエント型調整則と同等である.

4.4.4 適応オブザーバの設計

θ_2 が定数であると仮定するとパラメータ θ_2 を推定する適応オブザーバを次式により与える.

$$\frac{d^2 \hat{x}(t)}{dt^2} = \hat{\theta}_2 - a_1 \dot{e} - a_2 e \quad (4.77)$$

推定誤差は $e = \hat{x} - x$ で定義され, \hat{e} は提示した速度推定器を使用した \dot{e} の推定値である. 定数 a_1 と a_2 は多項式 $p^2 + a_1 p + a_2$ が安定になるように選ぶ. ここで $p = \frac{d}{dt}$ である. 文献 [37] の適応調整則を利用する.

$$\dot{\hat{\theta}}_2(t) = - \left(\alpha \frac{p^2 + a_1 p + a_2}{(\tau p + 1)^2} + \gamma \right) e(t) \quad (4.78)$$

ここで α, γ は正の設計パラメータで, $\tau > 0$ は小さい実数である.

4.4.5 単純な例

提案した加速度推定器を確認するため, 次式のガウス雑音付き正弦波信号を使用する.

$$x(t) = 2r(t) + \sin t + w(t) \quad (4.79)$$

ここで $r(t)$ は $r(t) = t$ なるランプ関数, $w(t)$ はガウス雑音 $N(0, 10^{-4})$ である. 図 4.9 は $x(t)$ の速度推定を示す. 図 4.10 は $x(t)$ の加速度推定を示す. 提案した微分器はガウス雑音の影響を増幅していないことが認められる. 速度の初期値 $\dot{x}(t) = 3$ のため収束に約 9 秒かかっている.

4.4.6 摩擦力の適応推定

摩擦力 $F_f(t)$ と入力信号 $u(t)$ に関する次の運動方程式を考える.

$$M\ddot{y}(t) + F_f(t) = u(t) \quad (4.80)$$

ここで M は質量, \ddot{y} は加速度とする. 動摩擦力 $\hat{F}_f(t)$ の推定値を次のように与える.

$$\hat{F}_f(t) = u(t) - M\hat{\ddot{y}}(t) \quad (4.81)$$

ここで $\hat{\ddot{y}}(t)$ は加速度推定器の出力である.

4.4.7 シミュレーションの例

3つの摩擦モデルを使用して、運動方程式 (4.80) 式の一例として $M = 3[kg]$ として摩擦推定器の性能を評価する。

粘性摩擦モデル

粘性摩擦モデルでは摩擦力は次式のように与える。

$$F_f(t) = \sigma_2 \dot{y} \quad (4.82)$$

ここで一例として $\sigma_2 = 0.8[kg/s]$. 初期状態は原点に静止している状態として次のように選ぶ。

$$y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$$

テスト入力 $u = \sin 0.1t$ とする。

図 4.11 は粘性摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線) を示す。図 4.12 は摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) を示す。粘性摩擦モデルでは高い推定性能を示している。

クーロン摩擦モデル

クーロン摩擦モデルでは摩擦力は文献 [15] のように次式のように与えられる。

$$F_f(t) = f_c \operatorname{sgn}(\dot{y}) \quad (4.83)$$

ここで $f_c = 0.5$ である。初期状態は粘性摩擦モデルの場合と同様である。テスト入力は振幅 1 で周波数 0.1 の方形波信号である。

図 4.13 はクーロン摩擦モデルによる加速度 (点線) とその推定値 (実線) である。加速・減速や運動方向の変化に応じて瞬時に変化している。図 4.14 は摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) を示す。速度に符号関数を掛けたものであるため方形波になっている。入力を完全な方形波として加速度の推定値に質量 $M = 3$ を掛けて差をとり摩擦力の推定値を計算しており、入力の方角波に対して加速度の推定値にはわずかに遅れがあるためその遅れ分が残差として表れている。このため真値にはない信号が瞬間的に表れている。

LuGre モデル

Canudas de Wit らは、定常状態だけでなく、ストライベック効果を含む、動的摩擦効果 (Dahl 効果, 摩擦の記憶効果, スティック・スリップ現象) を取り込んだ新しい動的摩擦モデルを提案した ([3]). 摩擦を起こす 2 つの接触面の間に仮想的な毛を想定することでモデル化している. z が毛の平均曲がり角度を表す場合に, \dot{y} は 2 つの面の間の相対速度とすると, 摩擦力 F_f は次式のようにになる.

$$\begin{aligned} F_f &= \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \\ \dot{z} &= -\frac{|\dot{y}|}{g(\dot{y})} z + \dot{y} \\ g(\dot{y}) &= \frac{1}{\sigma_0} \{f_c + (f_s - f_c) \exp\{-(\dot{y}/\dot{y}_s)^2\}\} \end{aligned}$$

ここで σ_0 は曲がり角によるステイフネス, σ_1 は滑りのダンピング係数, σ_2 は粘性摩擦係数, f_c はクーロン摩擦レベル, f_s はスティクションカレベル, \dot{y}_s はストライベック速度である. 摩擦モデルのパラメータは一例として文献 [32] のように選定する.

$$\sigma_0 = 100[kg/s^2], \sigma_1 = 2[kg/s], \sigma_2 = 0.01[kg/s], f_c = 1[N], f_s = 1.5[N], v_s = 0.1[m/s]$$

初期状態例として次式のとおりとする.

$$y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0, z(0) = 1$$

入力信号の振幅を 1, 2, 5 倍に変化させて MATLAB/Simulink による数値シミュレーションでの加速度と摩擦力の推定結果を調べた. 摩擦力推定の推定性能は入力信号 $u(t)$ の振幅が大きくなると推定誤差が大きくなった. $u(t) = 1 \sin 0.3t$ のとき, 図 4.15 と 図 4.16 はそれぞれ加速度推定 (実線) と摩擦力推定 (実線) を示す. この場合は高い推定性能を示している. $u(t) = 2 \sin 0.3t$ のとき, 図 4.17 と 図 4.18 はそれぞれ加速度推定 (実線) と摩擦力推定 (実線) を示す. 摩擦力の推定値は最大約 5% の推定誤差を示している. $u(t) = 5 \sin 0.3t$ のとき, 図 4.19 と 図 4.20 はそれぞれ加速度推定 (実線) と摩擦力推定 (実線) を示す. 摩擦力の推定値は最大約 10% の推定誤差を示している. 入力が小さいと速度も小さく LuGre モデルの非線形性が小さい領域で動作し, 逆に入力が大きいと速度も大きいため LuGre モデルの非線形性が大きい領域で動作している. 加速度は動作方向が切り替わった瞬間に尖った形になっている. これは LuGre モデルで表現している摩擦力のヒステリシス性によってあらわれている.

4.5 おわりに

本章では線形摩擦モデルの適応推定, 非線形摩擦モデルの適応推定, 加速度による摩擦力の非モデルベース推定について提案した.

線形摩擦モデルの適応推定では速度と位置の全状態が観測可能な場合と位置だけが観測可能な場合について適応オブザーバの設計を行った. 線形摩擦モデルの位置だけが観測可能な場合には図 4.2 および図 4.4 から, 適応微分推定器を使用して速度信号を推定することで摩擦力を推定できることを MATLAB/Simulink による数値シミュレーションで確認した.

非線形摩擦モデルの適応推定では LuGre 摩擦モデルを使用し, 速度と位置の全状態が観測可能な場合と位置だけが観測可能な場合について摩擦力の上限を推定する適応オブザーバの設計を行った. 非線形摩擦モデルの位置だけが観測可能な場合にも図 4.6 から適応微分推定器を使用して速度信号を推定することで摩擦力の上限を推定できることを MATLAB/Simulink による数値シミュレーションで確認した.

加速度による摩擦力の非モデルベース推定では粘性摩擦モデル, クーロン摩擦モデル, LuGre モデルの場合について推定器の性能について MATLAB/Simulink 数値シミュレーション結果を示した. 粘性摩擦モデルでは図 4.12 から正確に摩擦力を推定することができた. クーロン摩擦モデルでは図 4.14 のように入力を完全な方形波としているため加速度推定の推定誤差が残差として瞬間的に表れている. LuGre モデルの場合に入力信号の振幅を 1, 2, 5 倍に変化させて摩擦力の推定結果を調べ, 図 4.16, 4.18, 4.20 の各摩擦力の推定誤差から, 振幅 1 では LuGre モデルの特徴が大きく表れていないため約 10 秒で収束した. 振幅 2 では最大で約 5 %, 振幅 5 では最大で約 10 %の推定誤差が表れており振幅に比例して推定精度が下がっている.

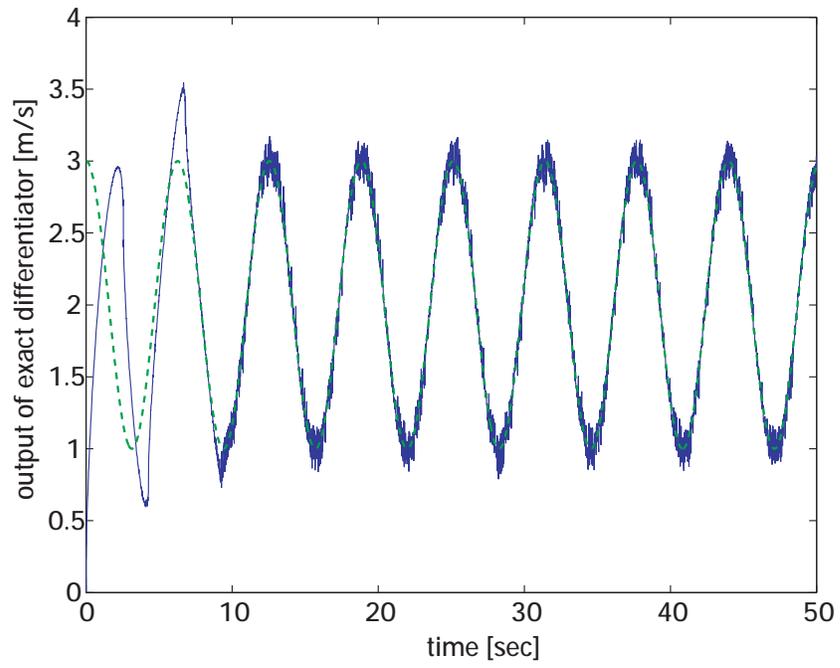


図 4.9: 速度信号 \dot{x} (点線) とその推定値 $\hat{\dot{x}}$ (実線).

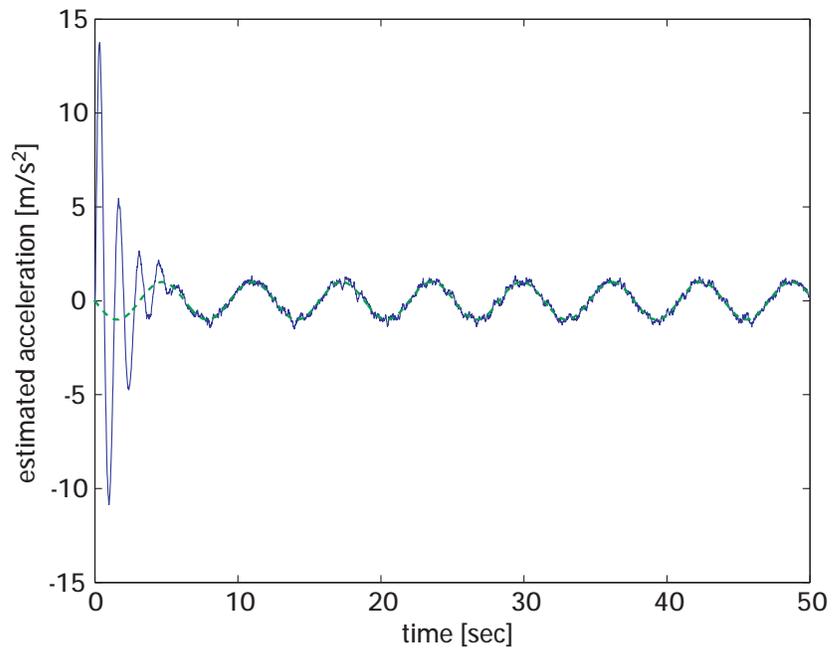


図 4.10: 加速度信号 \ddot{x} (点線) とその推定値 $\hat{\ddot{x}}$ (実線).

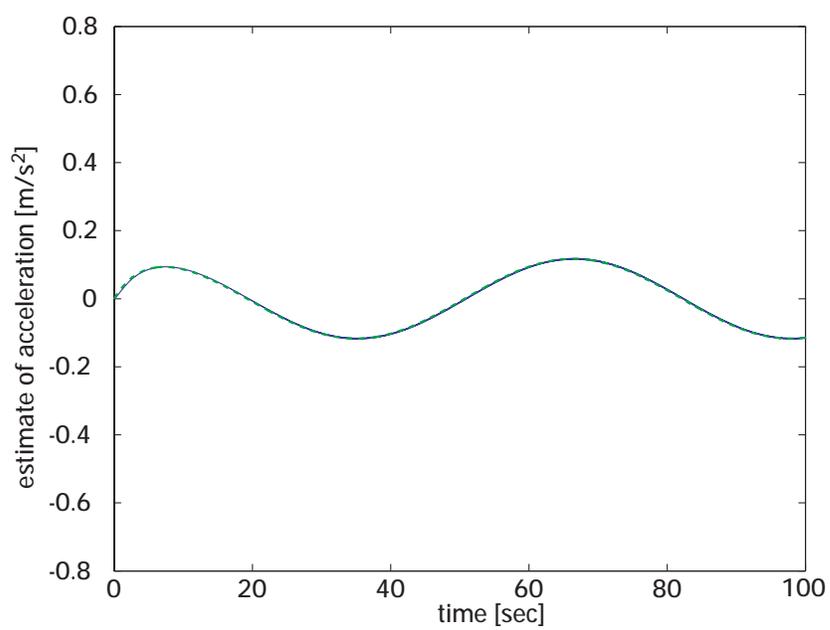


図 4.11: 粘性摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線).

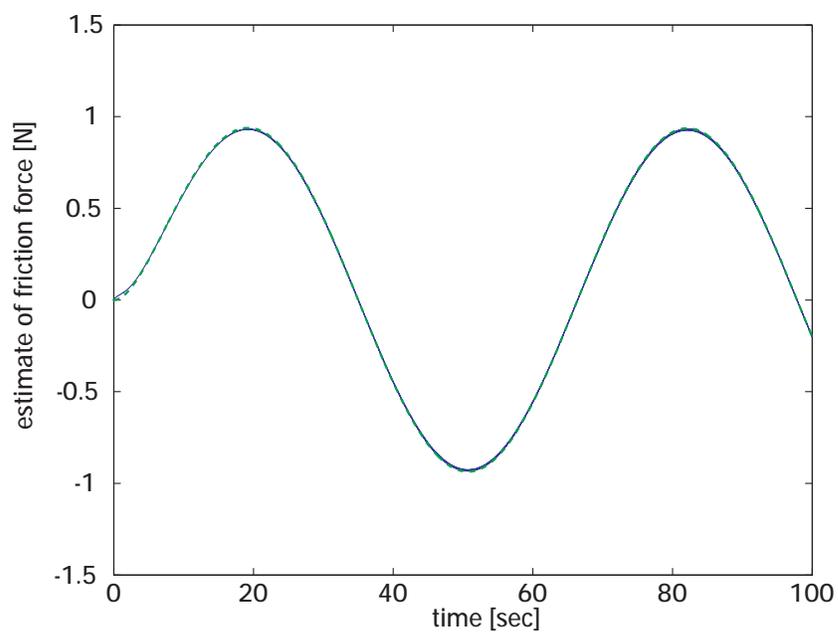


図 4.12: 粘性摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).

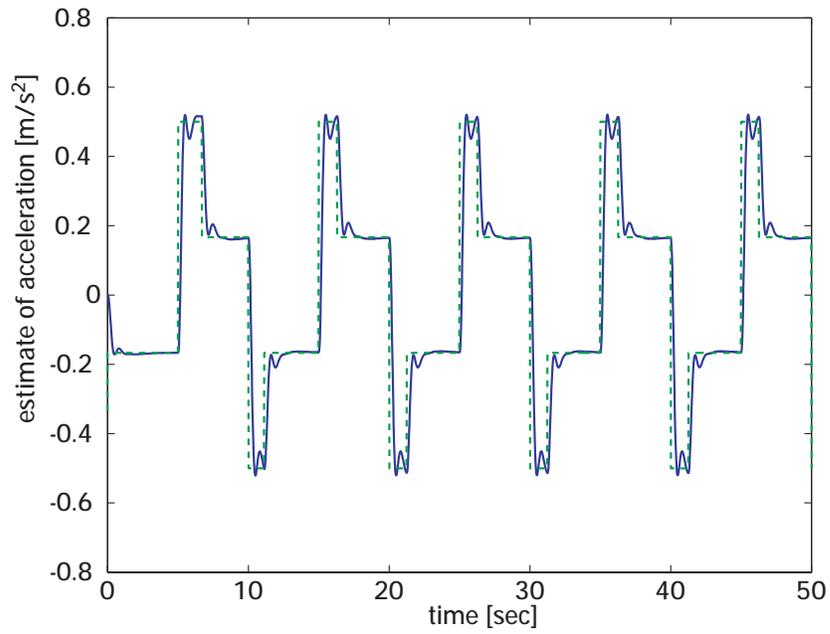


図 4.13: クーロン摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線).

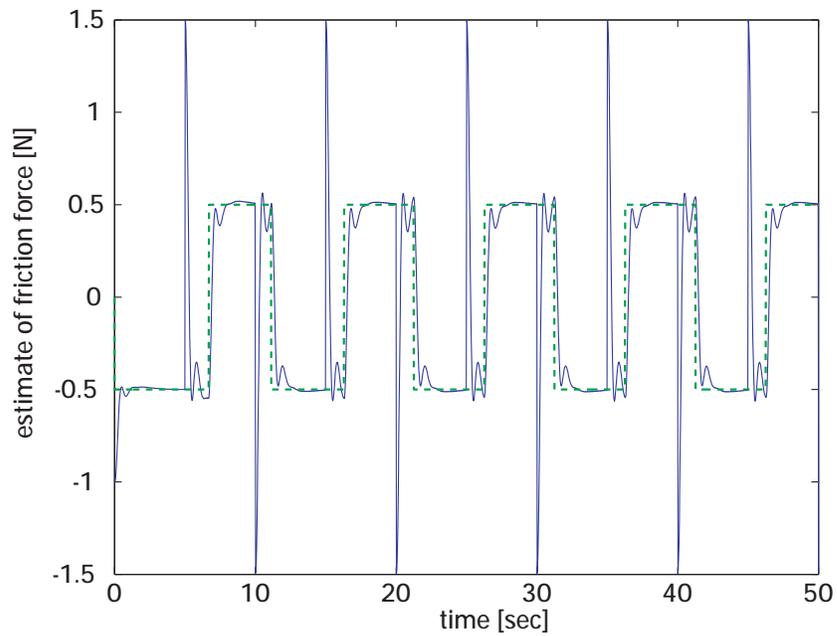


図 4.14: クーロン摩擦力 (点線) とその推定値 (実線).

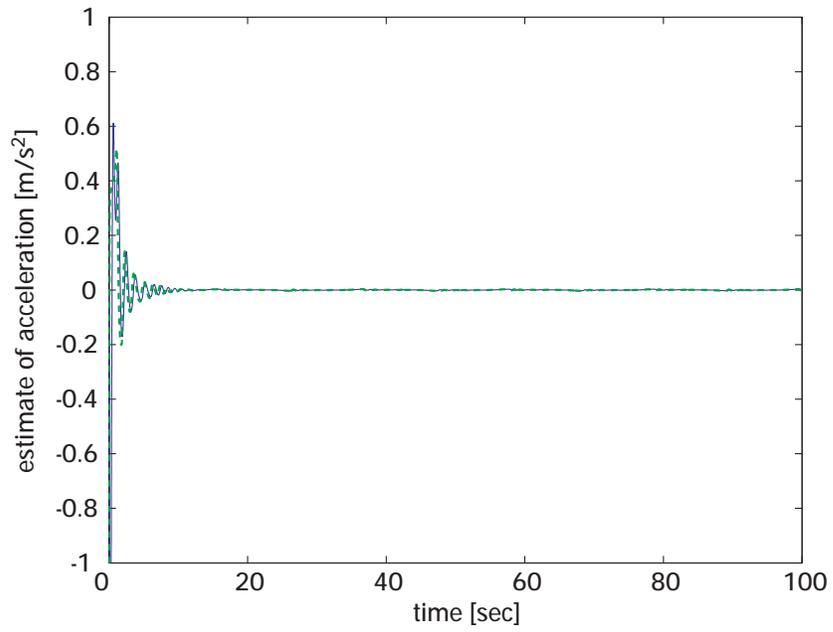


図 4.15: LuGre 摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 1 \sin 0.3t$).

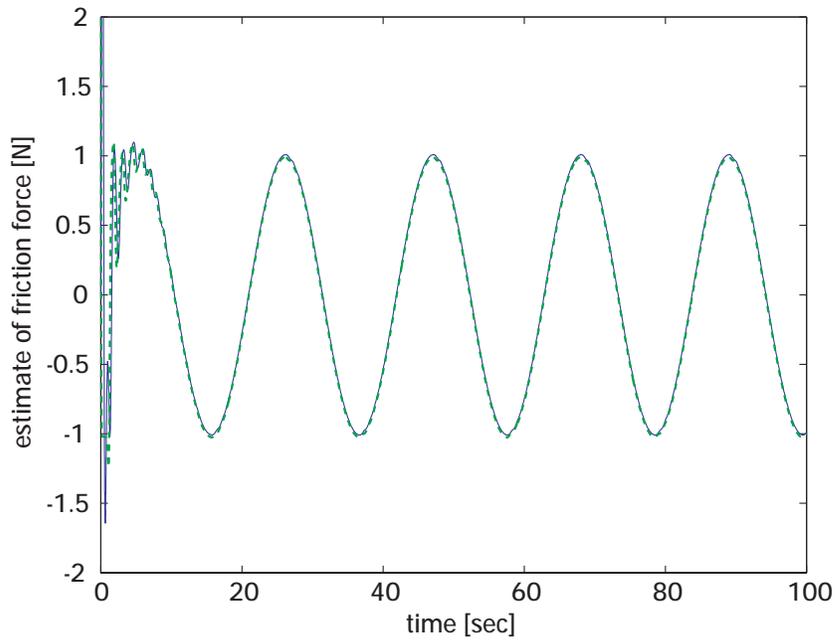


図 4.16: LuGre 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 1 \sin 0.3t$).

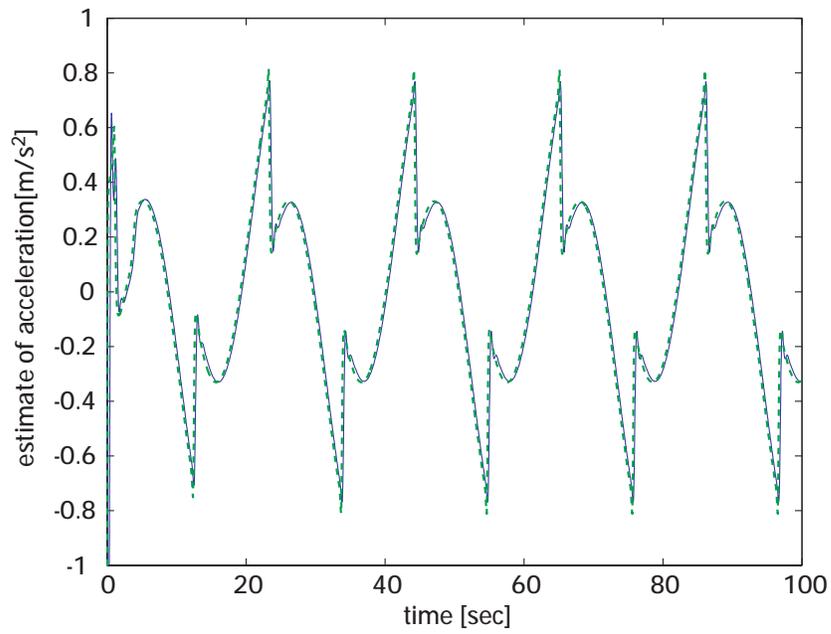


図 4.17: LuGre 摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 2 \sin 0.3t$).

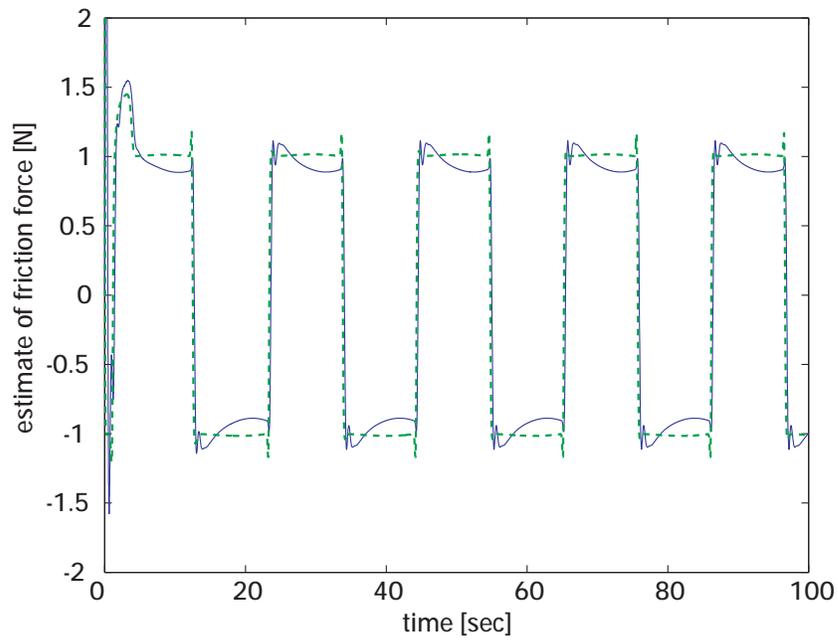


図 4.18: LuGre 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 2 \sin 0.3t$).

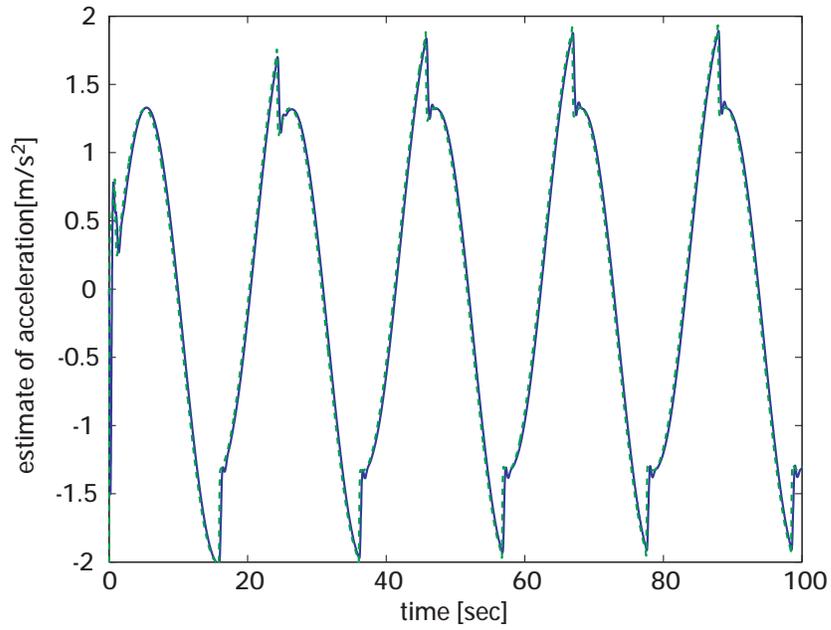


図 4.19: LuGre 摩擦モデルにおける加速度 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 5 \sin 0.3t$).

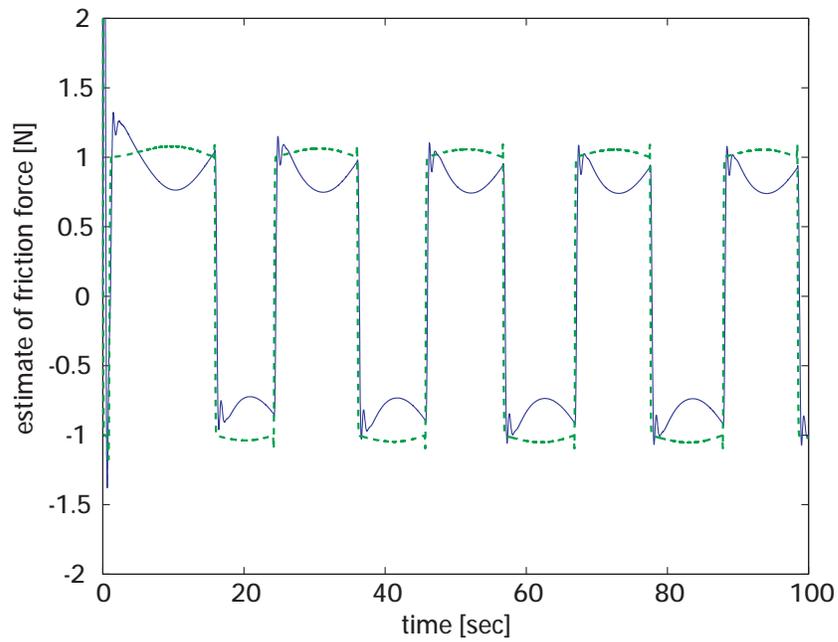


図 4.20: LuGre 摩擦力 (点線) とその推定値 (実線) ($u(t) = 5 \sin 0.3t$).

第5章 摩擦補償器

5.1 はじめに

本章では非線形摩擦モデルの位置信号と速度信号の全状態が測定できる場合および、位置信号だけしか測定できない場合について摩擦力による影響を補償する適応制御器を設計する。非線形摩擦力をファジィ基底関数展開を用いて近似する。また摩擦力を推定するためには位置と速度の全状態が必要であるため、位置信号だけしか測定できない場合は位置信号から速度を推定する適応微分推定器を使用する。推定した非線形摩擦力による影響をフィードバックすることで補償制御を行う。最後に MATLAB/Simulink による数値シミュレーションで設計した制御器の効果を確認する。

5.2 制御器の設計

LuGre モデルを次に再掲する。摩擦面に想定した毛の平均曲がり z , 摩擦面の相対速度 \dot{y} , 摩擦力 F_f とすると次式のように表すことができる。

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (5.1)$$

$$\dot{z} = -\alpha(\dot{y})|\dot{y}|z + \dot{y} \quad (5.2)$$

$$\alpha(\dot{y}) = \frac{\sigma_0}{f_c + (f_s - f_c) \exp\{-(\dot{y}/\dot{y}_s)^2\}} \quad (5.3)$$

ただし、パラメータ σ_0 は毛の曲がりに応じた弾性係数、 σ_1 は滑りの減衰係数、 σ_2 は粘性摩擦係数、 f_c はクーロン摩擦レベル、 f_s は静摩擦レベル、 \dot{y}_s はストライベック速度である。

次式で示す系についての追従制御問題について検討する。

$$M\ddot{y}(t) + F_f(t) = u(t) \quad (5.4)$$

ただし M は既知で、 $F_f(t)$ は未知であるとする。

非線形関数 $\alpha(\dot{y})$ はファジィ基底関数展開によって次のように近似する.

$$\alpha(\dot{y}) = \mathbf{k}^T \boldsymbol{\zeta}(\dot{y}) + \epsilon_f \quad (5.5)$$

$$\mathbf{k} = [k_1, \dots, k_L]^T \quad (5.6)$$

$$\boldsymbol{\zeta}(\dot{y}) = [\zeta^1(\dot{y}), \dots, \zeta^L(\dot{y})]^T \quad (5.7)$$

ただし ϵ_f は近似誤差で, ζ^j は次式のようになる.

$$\zeta^j(\dot{y}) = \frac{\mu_{A^j}(\dot{y}(t))}{\sum_{j=1}^L \mu_{A^j}(\dot{y}(t))} \quad (5.8)$$

ここでメンバーシップ関数は次式のようにガウス関数を使用する.

$$\mu_{A^j}(v) = \exp\left(-\frac{(v - \bar{v}_j)^2}{2\sigma_j^2}\right) \quad (5.9)$$

$$\sigma_j = \sigma, \quad j = 1, \dots, L \quad (5.10)$$

近似誤差 ϵ_f は未知であるが, Wang らの文献 [18] からその上限を次式のように置く. ただし, その上限値は有界であり, L を大きくとることによって任意に小さくすることができる.

$$|\epsilon_f| \leq \epsilon_d \quad (5.11)$$

パラメータ $M, \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$ は既知で, 非線形関数 $\alpha(\dot{y})$ は未知であるものと仮定して, (5.4) 式の系について追従制御を行う. 目標の軌跡 y_d は十分滑らかで有界であるものとする. 追従誤差は $e = y_d - y$ と定義する. つまり次式のように目標信号 y_d に出力 y を収束させる制御器 u を設計する.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y_d(t)) = 0 \quad (5.12)$$

5.2.1 全状態を測定できる場合の適応制御器

全状態を測定できる場合の適応制御器を Canudas de Wit らの文献 [25] から再構成すると, パラメータ $M, \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$ は既知で, 状態変数 y, \dot{y} はフィードバックコントローラ設計のために測定可能という前提で (5.4) 式に示すシステムの追従制御について考える. 加えて $\alpha(\dot{y})$ は未知だが (5.5) 式のパラメータ化が可能であり, レグレスサベクトル $\boldsymbol{\zeta}(\dot{y})$ はファジィ基底関数展開近似で得られる非線形関数であるが既知の速度 \dot{y} の関数であるた

め、後で定義するとおり既知であるものとして、 k は未知で有界な定数であるものとする。目標信号 y_d は十分滑らかで有界であるものとする。 $e = y_d - y$, $(\tilde{*}) = (*) - (\hat{*})$, $p = d/dt$ とする。 $\alpha(\dot{y}) = k^T \zeta(\dot{y})$ で $\hat{\alpha}(\dot{y}) = \hat{k}^T \zeta(\dot{y})$ のとき、 $\tilde{\alpha}(\dot{y}) = \tilde{k}^T \zeta(\dot{y})$ であるものとする。類似の制御構造を Canudas de Wit らは提案しており、コントローラは次のように与えられる。

$$u = M\ddot{y}_d + H(p)e + \hat{F} \quad (5.13)$$

$$\hat{F} = \sigma_0 \hat{z} + \sigma_1 \dot{\hat{z}} + \sigma_2 \dot{y} \quad (5.14)$$

\hat{z} は後に導入するオブザーバーによって与えられる状態である。 $H(p)$ は伝達関数である。制御則を (5.4) 式に代入すると次式のようになる。

$$e = G(p)\tilde{z} \quad (5.15)$$

$$G(p) = \frac{\sigma_1 p + \sigma_0}{Mp^2 + H(p)} \quad (5.16)$$

ここで $H(p)$ は $G(p)$ が強正実 (SPR) となるように選ぶとする。内部状態のオブザーバーを次のように与える。

$$\dot{\hat{z}} = \dot{y} - \hat{k}^T \zeta(\dot{y})|\dot{y}|\hat{z} + k_0 \tilde{z} + k_1 e \quad (5.17)$$

このとき $k_0 > 0, k_1 > 0$ とする。 z と \tilde{z} は現実には測定できないが \tilde{z} は (5.15) 式から次式のように実現する。

$$\tilde{z} = G^{-1}(p)e = \frac{M}{\sigma_1} \dot{e} + \frac{H(p) - M\rho p}{\sigma_1 p + \sigma_0} e \quad (5.18)$$

ここで $\rho = \sigma_0/\sigma_1$ とする。 $H(p) = K_d p + K_p$ にとると例えば、 \tilde{z} は次のように書ける。

$$\tilde{z} = \frac{M}{\sigma_1} \dot{e} + \frac{K_d - M\rho}{\sigma_1} e + e_f \quad (5.19)$$

このとき

$$e_f = \frac{c\rho}{p + \rho} e \quad (5.20)$$

$c = (K_p - \rho K_d + M\rho^2)/\sigma_0$ とする。

ここで、もし $e_f(0) \neq 0$ ならば非零の初期値応答 $e_f = ce_f(0)e^{-\rho t}$ は指数関数的に零に収束する。なぜならば ρ は非常に大きく (数百の範囲)、しかも指数であるため急速に減少させる効果がある。以下の解析ではこの項を無視することにする。

また z を計算する際はシステムの位置と速度より高い次数 (加速度など) を測定する必要はない. k_0 を調整することにより z の収束を改善することができる.

非線形関数 $\alpha(\dot{y})$ は近似 $\mathbf{k}^T \zeta(\dot{y})$ の関数的範囲, つまり近似の有効範囲なら誤差が無いので $\epsilon = 0$, 摩擦のダイナミクス (5.2) 式は次のように書き換えられる.

$$\dot{z} = \dot{y} - \alpha(\dot{y})|\dot{y}|(\tilde{z} + \hat{z}) \quad (5.21)$$

$$= \dot{y} - \alpha(\dot{y})|\dot{y}|\tilde{z} - \alpha(\dot{y})|\dot{y}|\hat{z} \quad (5.22)$$

$$= \dot{y} - \alpha(\dot{y})|\dot{y}|\tilde{z} - \mathbf{k}^T \zeta(\dot{y})|\dot{y}|\hat{z} \quad (5.23)$$

(5.17) 式と (5.23) 式を結合し, 誤差方程式は次式で与えられる.

$$\dot{\tilde{z}} = -\alpha(\dot{y})|\dot{y}|\tilde{z} - \tilde{\mathbf{k}}^T \zeta(\dot{y})|\dot{y}|\hat{z} - k_0 \tilde{z} - k_1 e \quad (5.24)$$

定理 5.1 閉ループシステムは (5.15) 式と (5.24) 式で与えられ, 次式のパラメータ調整則によって \tilde{z} は (5.18) 式によって計算される.

$$\dot{\tilde{\mathbf{k}}} = -\Gamma \frac{1}{k_1} \zeta(\dot{y})|\dot{y}|\tilde{z}\hat{z} \quad (5.25)$$

このとき追従誤差は零に収束し, 閉ループ信号は全て有界である.

証明: [25]

3つの組 (A, B, C) とベクトル ξ は (5.15) 式の写像の最小実現である. これを次式で表す.

$$\dot{\xi} = A\xi + B\tilde{z} \quad (5.26)$$

$$e = C\xi \quad (5.27)$$

安定写像 $G(s)$ は強正実 (SPR) であるので Kalman-Yakubovitch の補題から次式が成り立つような $P = P^T > 0, Q = Q^T > 0$ なる行列が存在することがわかる.

$$PA + A^T P = -Q \quad (5.28)$$

$$PB = C^T \quad (5.29)$$

次のようにリアプノフ関数の候補を定義する.

$$V = \xi^T P \xi + \frac{1}{k_1} \tilde{z}^2 + \tilde{\mathbf{k}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\mathbf{k}} \quad (5.30)$$

閉ループシステム (5.26),(5.27) 式と (5.24) 式の解に沿って V の時間微分を求める。また (5.28),(5.29) 式を使うと, $\tilde{\mathbf{k}} = -\hat{\mathbf{k}}$ を得る。

$$\dot{V} = -\xi^T Q \xi - \frac{2}{k_1} \alpha(\dot{y}) |\dot{y}| \tilde{z}^2 - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 - 2\tilde{\mathbf{k}}^T \left[\Gamma^{-1} \dot{\hat{\mathbf{k}}} + \frac{1}{k_1} \zeta(\dot{y}) |\dot{y}| \tilde{z} \hat{z} \right] \quad (5.31)$$

(5.31) 式に (5.25) 式を代入すると次式のようになる。

$$\dot{V} = -\xi^T Q \xi - \frac{2}{k_1} \alpha(\dot{y}) |\dot{y}| \tilde{z}^2 - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 \quad (5.32)$$

$$\leq -\xi^T Q \xi - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 \quad (5.33)$$

V の非有界性と $\dot{V} \leq 0$ は全状態と推定パラメータが有界であることを意味する。 $z(t)$ はモデルの特徴から有界である。誤差システムの解は有界であることに加えて一様に連続であるため, (5.33) 式によって与えられる \dot{V} の上限値は時間が ∞ になると 0 に収束する。また解は, LaSall の不変定理から 0 に収束することがわかる。

(証明終)

5.2.2 位置だけを測定できる場合の適応制御器

位置だけしか測定できない場合, 適応微分推定器を使用し速度 \dot{y} を推定する。速度 \dot{y} の適応微分推定器による推定値を $\hat{\dot{y}}$ とすると追従誤差 $e = y_d - y$ の微分値 $\dot{e} = \dot{y}_d - \dot{y}$ の \dot{y} も $\hat{\dot{y}}$ で置き換えるため $\dot{e} = \dot{y}_d - \hat{\dot{y}}$ を用いる。このとき平均プリストル歪曲を推定する内部状態オブザーバは次のようになる。

$$\dot{\hat{z}} = \hat{\dot{y}} - \hat{\mathbf{k}}^T \zeta(\hat{y}) |\hat{y}| \hat{z} + k_0 \tilde{z} + k_1 e \quad (5.34)$$

$$\dot{\tilde{z}} = \frac{M}{\sigma_1} \dot{e} + \frac{K_d - M\rho}{\sigma_1} e + e_f \quad (5.35)$$

$$\dot{e}_f = -\rho e_f + \rho e \quad (5.36)$$

適応微分推定器の速度推定誤差を $\epsilon = \hat{\dot{y}} - \dot{y}$ とすると推定誤差方程式は次式のようになる。

$$\dot{\tilde{z}} = -\alpha(\dot{y}) |\dot{y}| \tilde{z} - \tilde{\mathbf{k}}^T \zeta(\hat{y}) |\hat{y}| \hat{z} - k_0 \tilde{z} - k_1 e - \mathbf{k}^T \epsilon_0 \hat{z} - \epsilon \quad (5.37)$$

ただし $\tilde{\mathbf{k}} = \mathbf{k} - \hat{\mathbf{k}}$ で ϵ_0 は適応微分推定器の推定誤差によるものである。さらに追従誤差方程式は次式を得る。

$$M\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + \sigma_0 \tilde{z} + (K_d - \sigma_2) \epsilon \quad (5.38)$$

制御器も適応微分推定器による速度の推定値 \hat{y} と $\hat{e} = \dot{y}_d - \hat{y}$ を使用して次式ようになる。

$$u = M\ddot{y}_d + K_d\hat{e} + K_p e + \hat{F}_f \quad (5.39)$$

$$\hat{F}_f = \sigma_0\hat{z} + \sigma_1\dot{\hat{z}} + \sigma_2\hat{y} \quad (5.40)$$

定理 5.2 位置だけしか測定できない場合にも全状態測定可能な場合と同様の適応調整則を使用するが、速度 \dot{y} の代わりに適応微分推定器による推定値 \hat{y} を使用するため次式のようにする。

$$\dot{\tilde{\mathbf{k}}} = -\Gamma \frac{1}{k_1} \zeta(\hat{y}) |\hat{y}| \tilde{z} \tilde{z}^T \quad (5.41)$$

このとき追従誤差と閉ループ信号は全て有界である。

証明：定理 5.1 の証明と同様に、次のようにリアプノフ関数の候補を定義する。

$$V = \xi^T P \xi + \frac{1}{k_1} \tilde{z}^2 + \tilde{\mathbf{k}}^T \Gamma^{-1} \tilde{\mathbf{k}} \quad (5.42)$$

V の時間微分を求める。

$$\dot{V} = -\xi^T Q \xi - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 - \frac{2}{k_1} \alpha(\hat{y}) |\hat{y}| \tilde{z}^2 - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 - 2\tilde{\mathbf{k}}^T \left[\Gamma^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{k}}} + \frac{1}{k_1} \zeta(\hat{y}) |\hat{y}| \tilde{z} \tilde{z}^T \right] \quad (5.43)$$

(5.43) 式に (5.41) 式を代入すると次式のようになる。

$$\dot{V} = -\xi^T Q \xi - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 - \frac{2}{k_1} \alpha(\hat{y}) |\hat{y}| \tilde{z}^2 \quad (5.44)$$

速度推定の誤差を ϵ_1 とすると $\hat{y} = \dot{y} - \epsilon_1$ であるので

$$\dot{V} = -\xi^T Q \xi - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 - \frac{2}{k_1} \alpha(\dot{y} - \epsilon_1) |\dot{y} - \epsilon_1| \tilde{z}^2 \quad (5.45)$$

ここで $|\hat{y}| \leq |\dot{y}| + |\epsilon_1|$, $\alpha(\dot{y} - \epsilon_1) \leq |\alpha(\dot{y} - \epsilon_1)|$ より

$$\dot{V} \leq -\xi^T Q \xi - \frac{2k_0}{k_1} \tilde{z}^2 + \frac{2}{k_1} |\alpha(\dot{y} - \epsilon_1)| (|\dot{y}| + |\epsilon_1|) \tilde{z}^2 \quad (5.46)$$

V の非有界性と $\dot{V} \leq 0$ は全状態と推定パラメータが有界であることを意味する。
(証明終)

5.2.3 シミュレーション

このシミュレーションでは LuGre モデルのパラメータを次式のように設定した.

$$M = 10[kg], \sigma_0 = 1.5[kg/s^2], \sigma_1 = 2\sqrt{5}[kg/s], \sigma_2 = 0.01[kg/s], \\ f_c = 1[N], f_s = 1.5[N], v_s = 0.1[m/s]$$

初期状態は原点で初期速度のある状態で次のとおりとした.

$$y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0.2, z(0) = 1$$

目標信号 $y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d$ を次のように与える.

$$y_d = \sin 0.02\pi t, \dot{y}_d = 0.02\pi \cos 0.02\pi t, \ddot{y}_d = -0.0004\pi^2 \sin 0.02\pi t$$

ファジィ基底関数展開のパラメータは次のように選ぶ.

$$\sigma_j = 0.5(j = 1, \dots, 5), \\ \bar{v}_1 = -1, \bar{v}_2 = -0.5, \bar{v}_3 = 0.0, \bar{v}_4 = 0.5, \bar{v}_5 = 1$$

適応微分推定器のパラメータを次のように与える.

$$k = 1, \gamma = 0.5$$

補償器のシミュレーションパラメータを次のように設定する.

$$K_d = K_p = 1, \\ k_0 = 1, k_1 = 0.1, \\ \Gamma = 50 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

雑音のない場合と出力信号 y に $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合についてシミュレーションを行なう. 図 5.1, 5.2 は両方の場合について時間範囲 $[0, 300]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す. ただし $[0, 300]$ はシミュレーションを 0 秒から 300 秒まで行うことを表す.

追従性能を確認するため、0 秒から 100 秒までの間のシミュレーション結果を表示する。図 5.3, 5.4 は両方の場合について時間範囲 $[0, 100]$ で出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線) を示す。雑音のない場合と $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合のどちらも約 30 秒で収束している。

図 5.5, 5.6 は両方の場合について速度 \dot{y} (実線) とその適応微分推定器による推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線) を示す。速度の推定値も雑音のない場合と $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合のどちらも約 30 秒で収束している。

図 5.7, 5.8 は両方の場合について入力信号 u を示す。入力信号にも付加したガウスノイズの影響が見られる。

図 5.9, 5.10 は両方の場合について摩擦力(実線)とその推定値(点線)を示す。摩擦力の推定値も雑音のない場合と $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合のどちらも約 30 秒で収束している。

目標信号の周波数を高くして $y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d$ を次のように与える。

$$y_d = \sin 0.05\pi t, \dot{y}_d = 0.05\pi \cos 0.05\pi t, \ddot{y}_d = -0.0025\pi^2 \sin 0.05\pi t$$

初期状態は前述と同じように選び、LuGre モデル、ファジィ基底関数展開、適応微分推定器および補償器のシミュレーションのパラメータも前述と同じように設定する。

シミュレーションは雑音のない場合と出力信号 y に $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加した場合について行なう。図 5.11, 5.12 は両方の場合について時間範囲 $[0, 300]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す。ただし $[0, 300]$ はシミュレーションを 0 秒から 300 秒まで行うことを表す。

追従性能を確認するため、0 秒から 100 秒までの間のシミュレーション結果を表示する。図 5.13, 5.14 は両方の場合について時間範囲 $[0, 100]$ で出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線) を示す。雑音のない場合と $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合のどちらも約 15 秒で収束している。

図 5.15, 5.16 は両方の場合について速度 \dot{y} (実線) とその適応微分推定器による推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線) を示す。速度の推定値も雑音のない場合と $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合のどちらも約 15 秒で収束している。

図 5.17, 5.18 は両方の場合について入力信号 u を示す。入力信号にも付加したガウスノイズの影響が見られる。

図 5.19, 5.20 は両方の場合について摩擦力(実線)とその推定値(点線)を示す。摩擦力の推定値も雑音のない場合と $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合のどちらも約 15 秒で収束している。

5.3 目標信号に静止状態がある場合

静止状態から動き始めたときの非線形摩擦補償性能について検証するため、目標信号 $y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d$ を次のように与える。

$$y_d = \begin{cases} 0.2t, & 0 < t < 5, 55 < t < 60 \\ 1, & 5 < t < 25 \\ -0.2t, & 25 < t < 35 \\ -1, & 35 < t < 55 \end{cases},$$

$$\dot{y}_d = \begin{cases} 0.2, & 0 < t < 5, 55 < t < 60 \\ -0.2, & 25 < t < 35 \\ 0, & 5 < t < 25, 35 < t < 55 \end{cases},$$

$$\ddot{y}_d = \begin{cases} -10, & t = 5, 25 \\ 10, & t = 35, 55 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

これは $0.2[\text{m/s}]$ の速度で動作した後静止し、また反対方向へ $0.2[\text{m/s}]$ の速度で動作した後静止することを表し、繰り返し同じ動作をするものとする。LuGre モデルのパラメータを次式のように設定した。

$$M = 10[\text{kg}], \sigma_0 = 100[\text{kg/s}^2], \sigma_1 = 2[\text{kg/s}], \sigma_2 = 0.01[\text{kg/s}],$$

$$f_c = 1[\text{N}], f_s = 1.5[\text{N}], v_s = 0.1[\text{m/s}]$$

適応微分推定器のパラメータを $k = 60, \gamma = 500$ とし、補償器のパラメータを $k_0 = 30, k_1 = 10, K_d = K_p = 10$ に設定する。図 5.21 に時間範囲 $[0, 300]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す。静止状態から動き始めたときの性能を確認するため、図 5.22 に時間範囲 $[240, 270]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す。このときの摩擦力を図 5.23, 5.24 に示す。LuGre モデルでは速度 0 のときにもプリストルの影響で摩擦力が発生している。また図 5.25 に $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合の時間範囲 $[0, 300]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す。その静止状態から動き始めたときの状態を図 5.26 に時間範囲 $[240, 270]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す。この結果から、静止状態から動き始めたときにも高い追従性能を示すことがわかる。

また非線形性の大きい場合の追従性を確認するため上記の LuGre モデルのパラメータのうち静摩擦レベルと粘性摩擦係数を次式のように 10 倍にした。

$$f_s = 15[\text{N}], \sigma_2 = 0.1[\text{kg/s}]$$

他は上述と同じパラメータでシミュレーションを行い, 図 5.27 に時間範囲 $[0, 300]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示し, 図 5.28 に時間範囲 $[240, 270]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す. このときの摩擦力を図 5.29, 5.30 に示す. 静摩擦レベルを大きくしたため速度 0 のときの摩擦力が大きくなっている. また図 5.31 に $N(0, 10^{-4})$ のガウスノイズを付加した場合の時間範囲 $[0, 300]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す. その静止状態から動き始めたときの状態を図 5.32 に時間範囲 $[240, 270]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す. この場合にも高い追従性能を示すことがわかる.

5.4 Canudas de Wit らの補償器との比較

比較のため Canudas de Wit らの文献 [25] で提案された位置と速度の全状態を測定できる場合の適応制御器との比較を行った.

まず雑音のない状態で同じ性能が得られるようそれぞれのパラメータを調整した. このとき提案補償器のパラメータは $k_0 = 1, k_1 = 0.1$ であり, Canudas de Wit らの補償器では $k_0 = 3, k_1 = 3$ であった.

そして出力信号 y に $N(0, 10^{-3})$ のガウスノイズを付加した場合についてシミュレーションを行なった. 図 5.33 に提案補償器, 図 5.34 に Canudas de Wit らの補償器の場合についてそれぞれ時間範囲 $[0, 300]$ で出力 y (実線) とその目標信号 y_d (点線) を示す. 目標信号の周波数は前述のシミュレーションと同じ $y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d$ を次のように与える.

$$y_d = \sin 0.02\pi t, \dot{y}_d = 0.02\pi \cos 0.02\pi t, \ddot{y}_d = -0.0004\pi^2 \sin 0.02\pi t$$

また, このシミュレーション結果から基準信号との差の平均, 標準偏差, 0 から 300 秒の間の積算二乗誤差, 50 から 300 秒の間の積算二乗誤差を計算した値を表 5.1 に示す. 各値は全て Canudas de Wit らの補償器が上回るが提案補償器の誤差の平均は最大振幅の約 0.1% であり, 速度の測定を行わないことを考えると提案手法に十分利点があると考えられる.

5.5 おわりに

本章では非線形摩擦モデルである LuGre モデルを使用し, 位置だけを測定できる場合の適応制御器の設計を行った.

位置だけしか測定できない場合にも適応微分推定器による速度の推定値を使用して

表 5.1: Canudas de Wit らの補償器との比較

	提案補償器	Canudas de Wit らの補償器
誤差平均	-0.0011	-0.0002
標準偏差	0.0361	0.0323
積算二乗誤差 0 から 300 秒	7.8472	6.2604
積算二乗誤差 50 から 300 秒	6.1624	5.2078

非線形な摩擦力を補償できることを図 5.1 のように数値シミュレーションで確認した。さらに $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加した場合と入力信号の周波数を 2.5 倍にした場合について図 5.2, 5.11, 5.11 に示すように確認した。周波数が低い場合に比べ、周波数が高い場合の摩擦力推定結果はノイズの影響が増加しているが、基準信号への収束は周波数に応じて早くなることが確認できた。また位置と速度の全状態を測定できる Canudas de Wit らの適応制御器の場合と比較し、同等の追従性能を得られることを確認した。

この結果から本研究で設計した適応制御器は初期応答に誤差があるが、通常のフィードバック制御ではオーバーシュートなどの誤差が発生するような、動作中に目標値の速度を変化させたい場合や往復運動のような連続して運動の方向を変化させたい場合に、有効な手法であると考えられる。

さらに補償精度を向上させるには、非線形摩擦力の推定器に使用しているファジー基底関数展開のメンバーシップ関数の項数を増やして近似精度を上げることや PID 制御器など既存の制御器と組み合わせて使用する方法が考えられる。

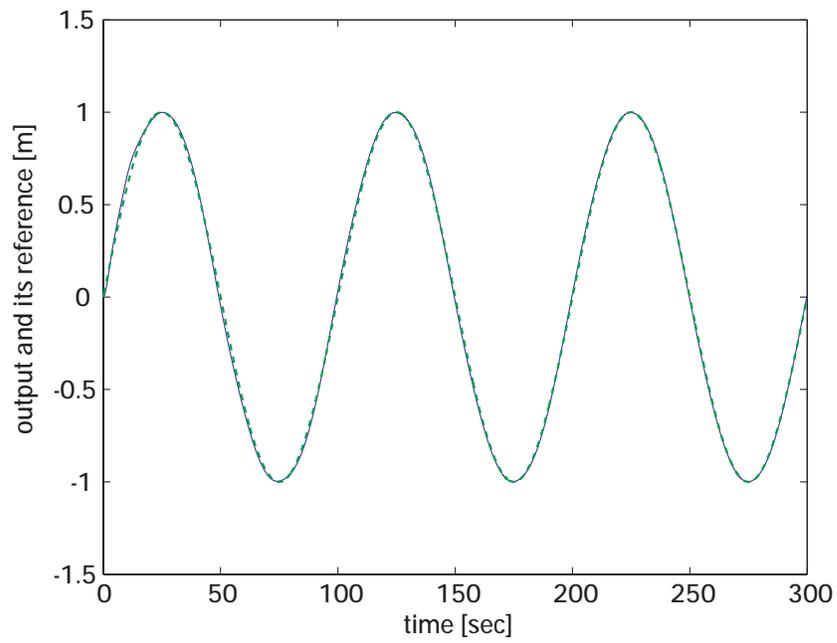


図 5.1: 時間範囲 $[0, 300]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). 雑音なし.

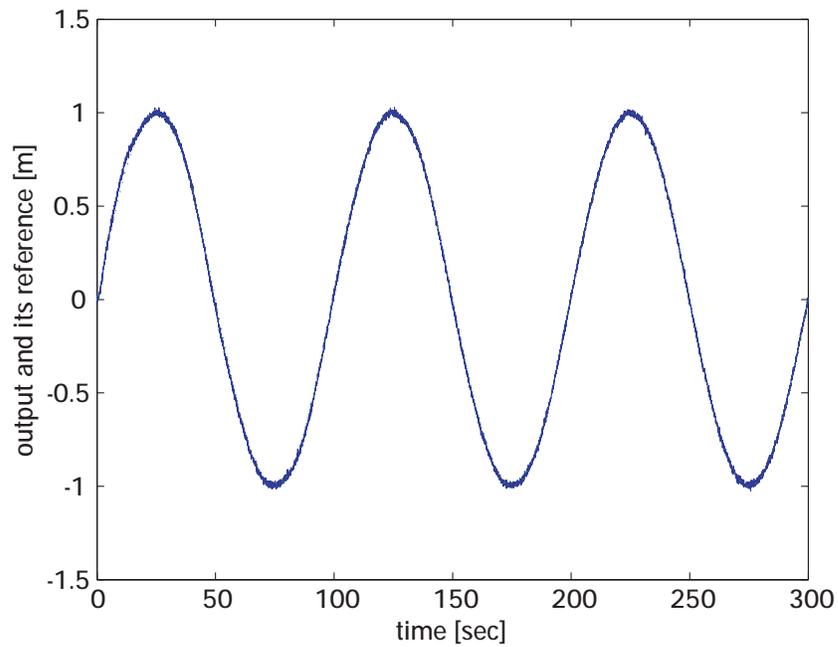


図 5.2: 時間範囲 $[0, 300]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

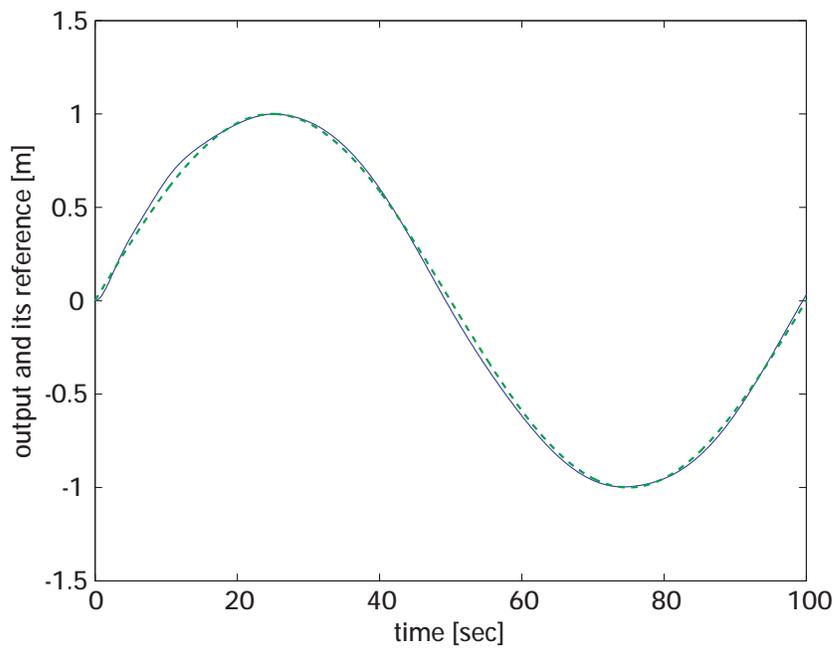


図 5.3: 時間範囲 $[0, 100]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), 雑音なし.

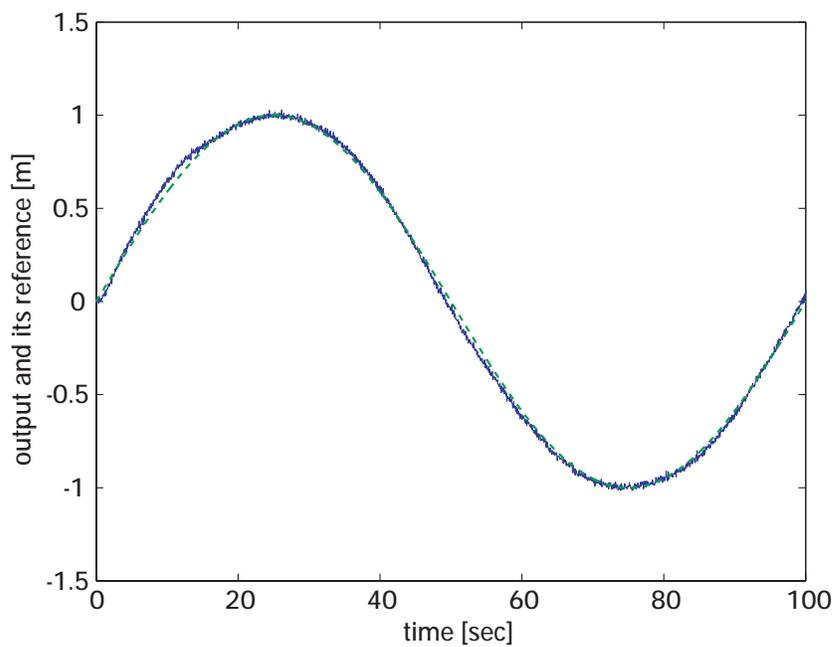


図 5.4: 時間範囲 $[0, 100]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

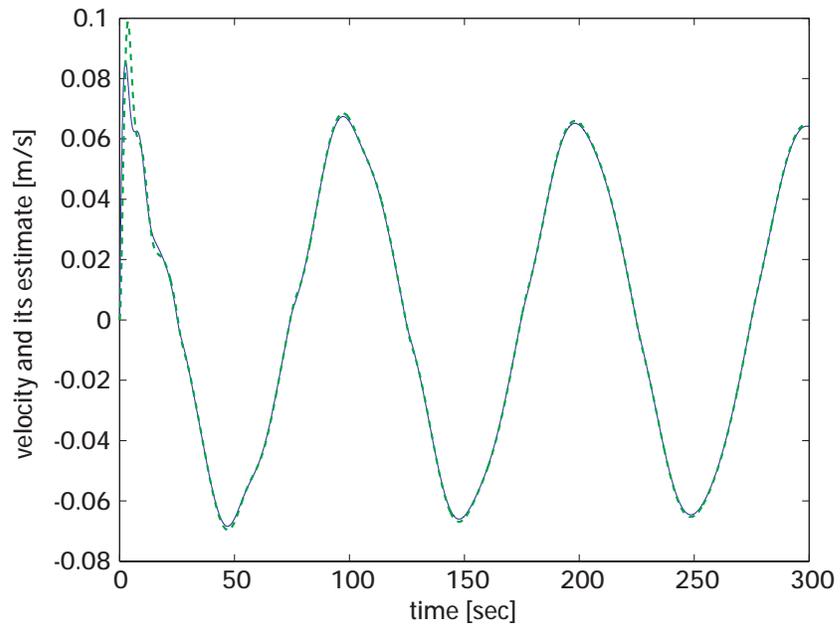


図 5.5: 速度 \dot{y} (実線) とその推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線), 雑音なし.

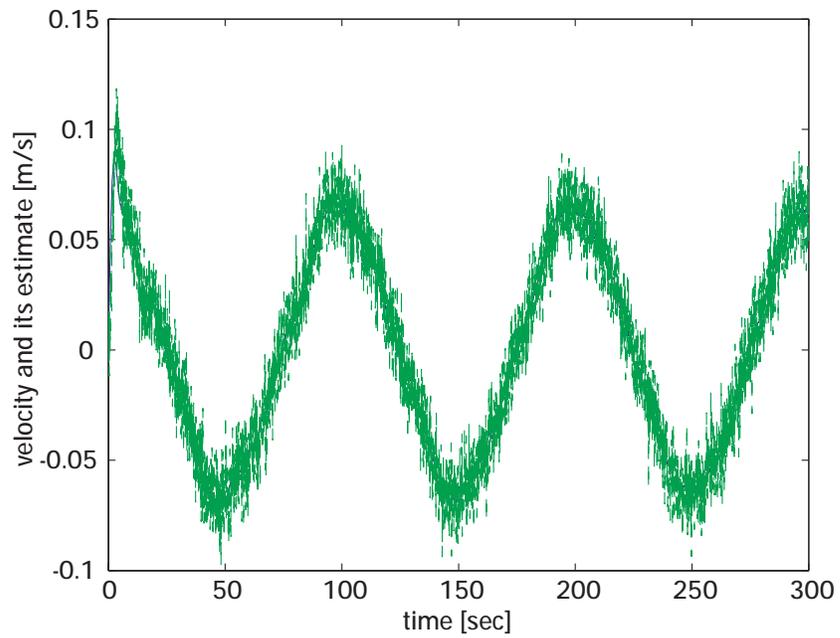


図 5.6: 速度 \dot{y} (実線) とその推定値 $\hat{\dot{y}}$ (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

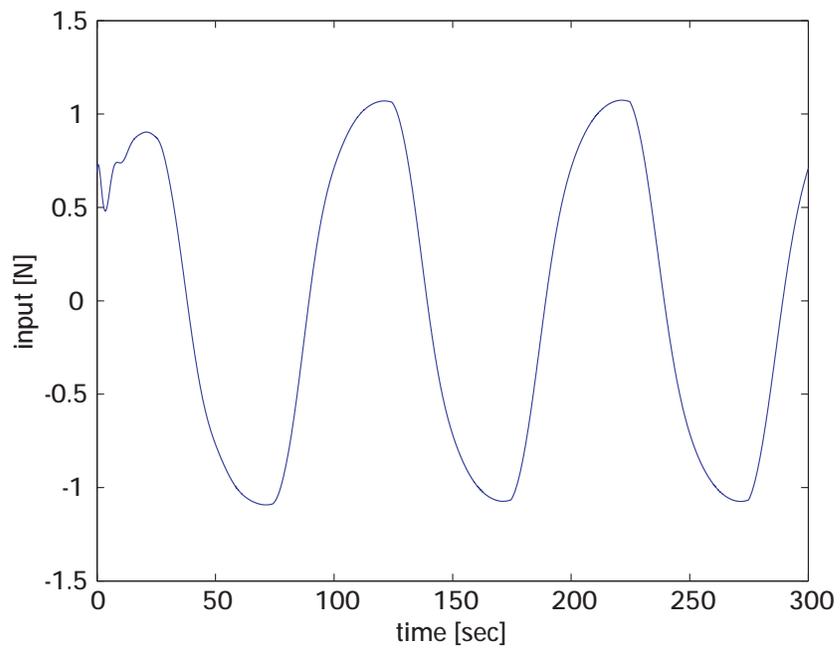


図 5.7: 入力信号 u , 雑音なし.

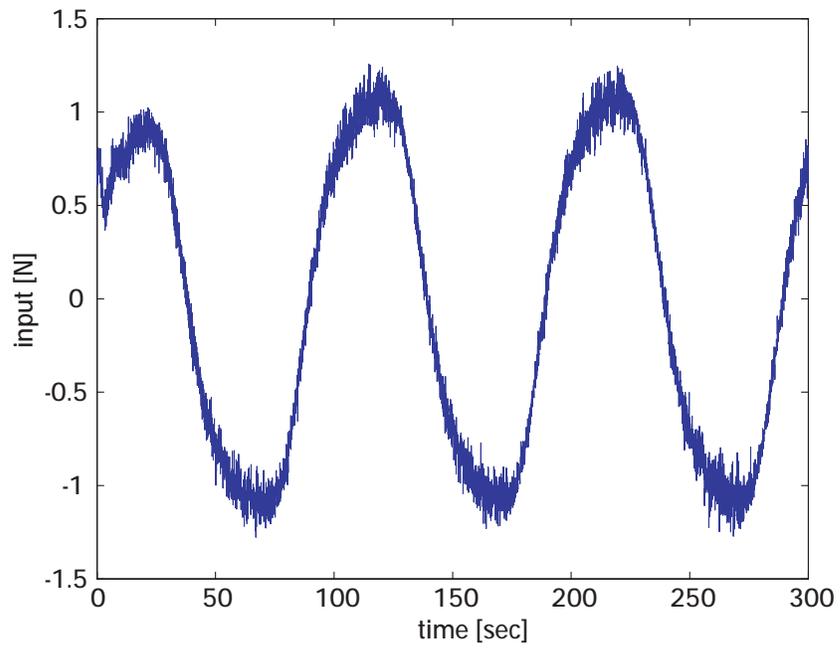


図 5.8: 入力信号 u , $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

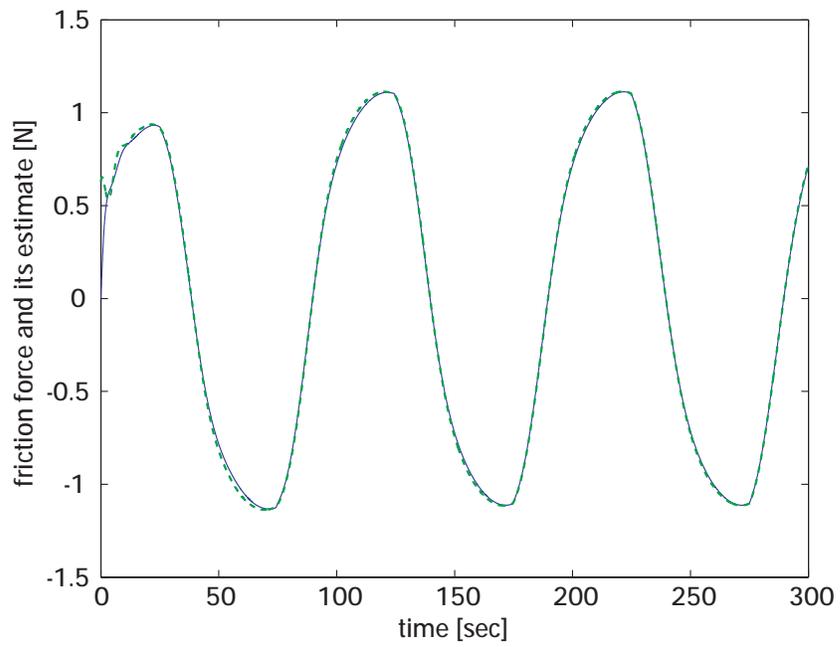


図 5.9: 摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), 雑音なし.

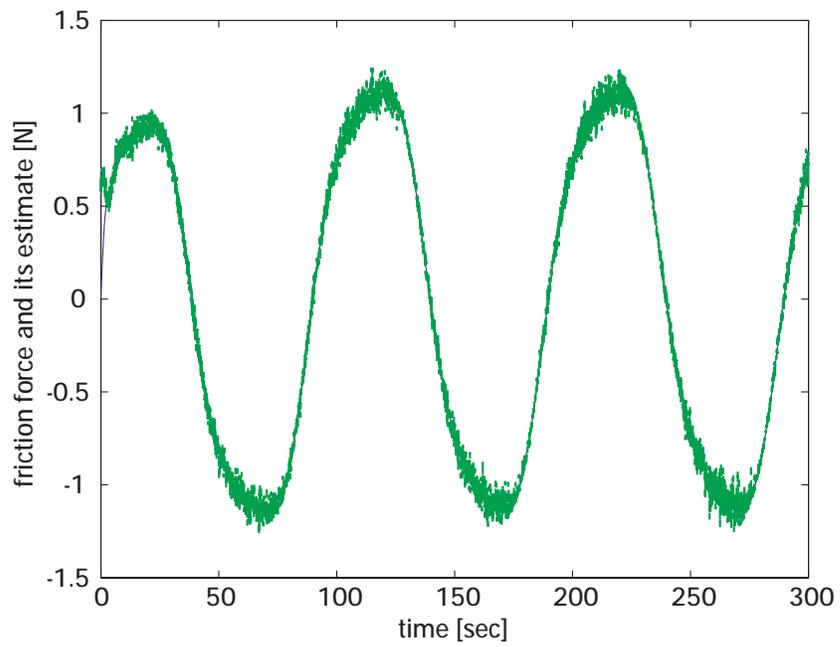


図 5.10: 摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

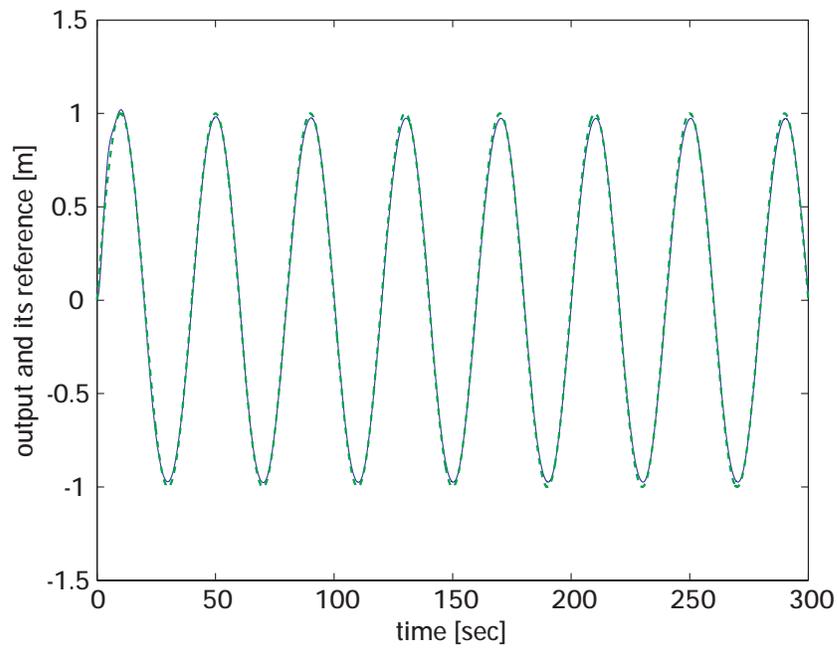


図 5.11: 時間範囲 $[0, 300]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). 雑音なし.

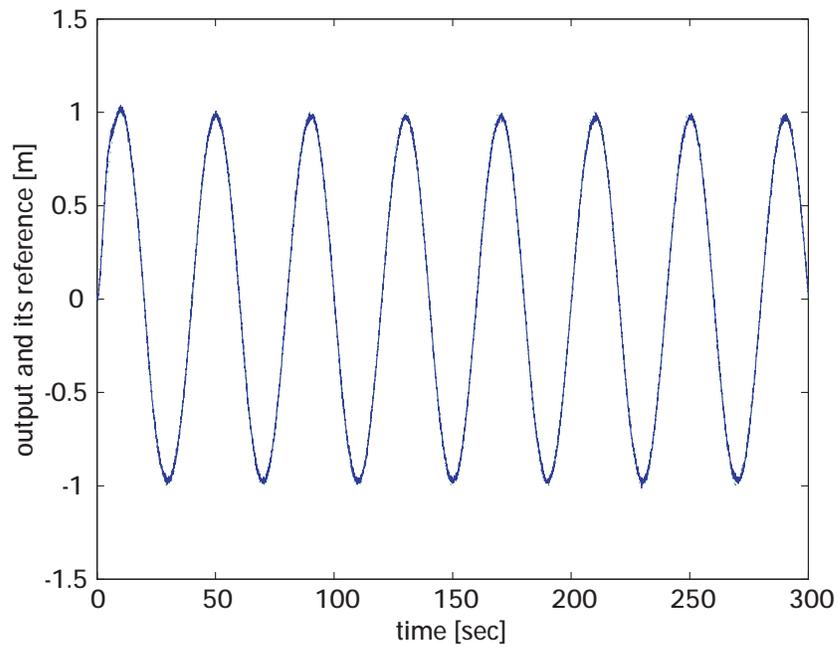


図 5.12: 時間範囲 $[0, 300]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

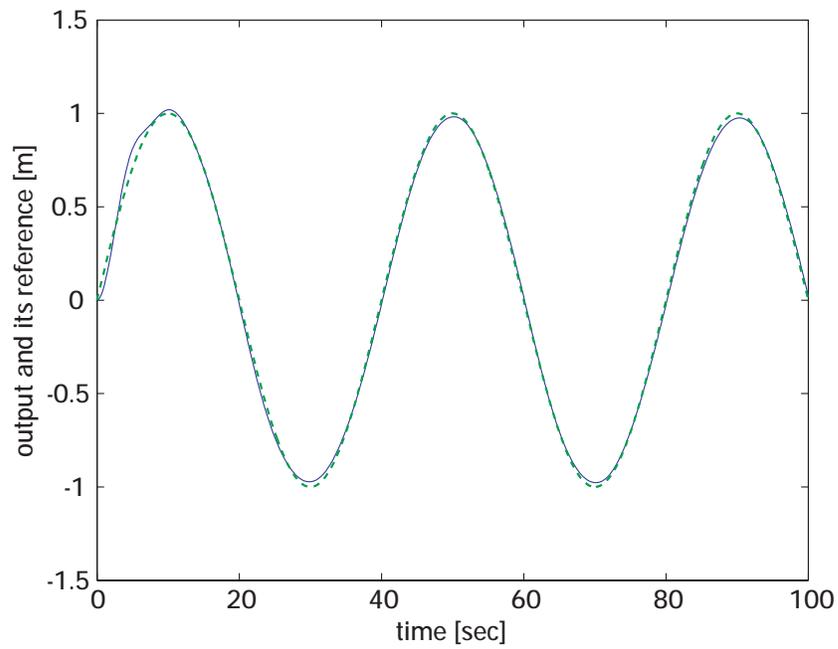


図 5.13: 時間範囲 $[0, 100]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), 雑音なし.

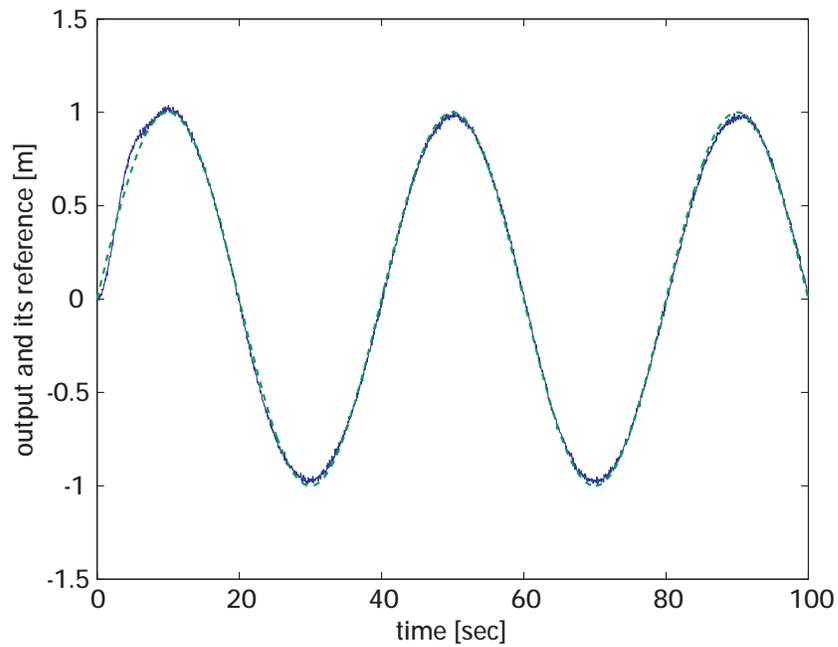


図 5.14: 時間範囲 $[0, 100]$ での出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

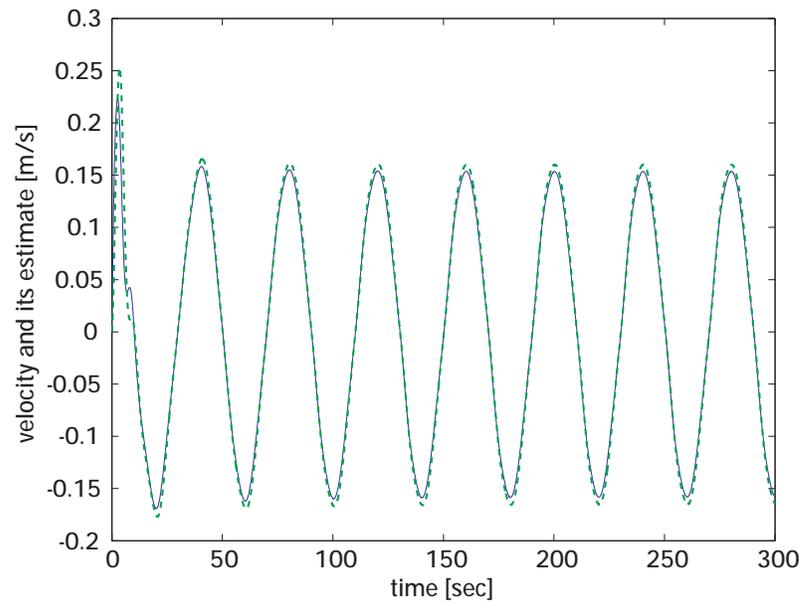


図 5.15: 速度 y (実線) とその推定値 \hat{y} (点線), 雑音なし.

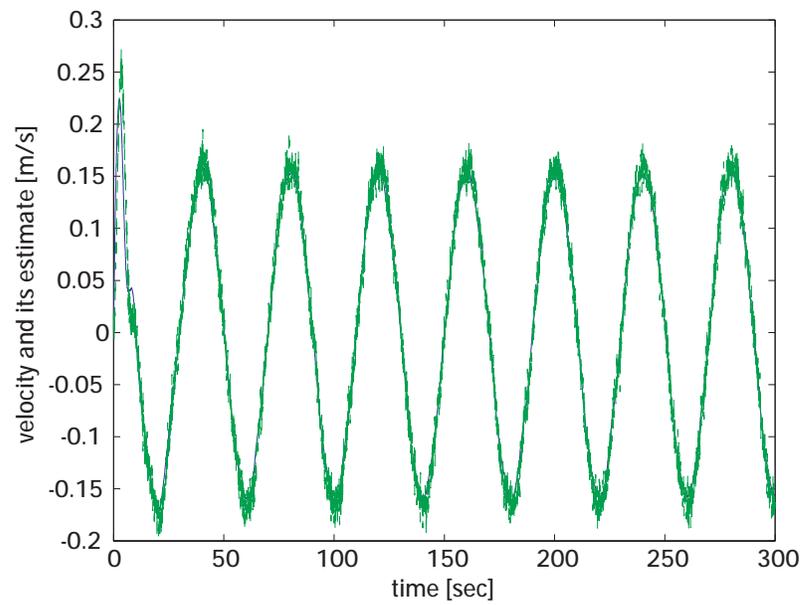


図 5.16: 速度 y (実線) とその推定値 \hat{y} (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

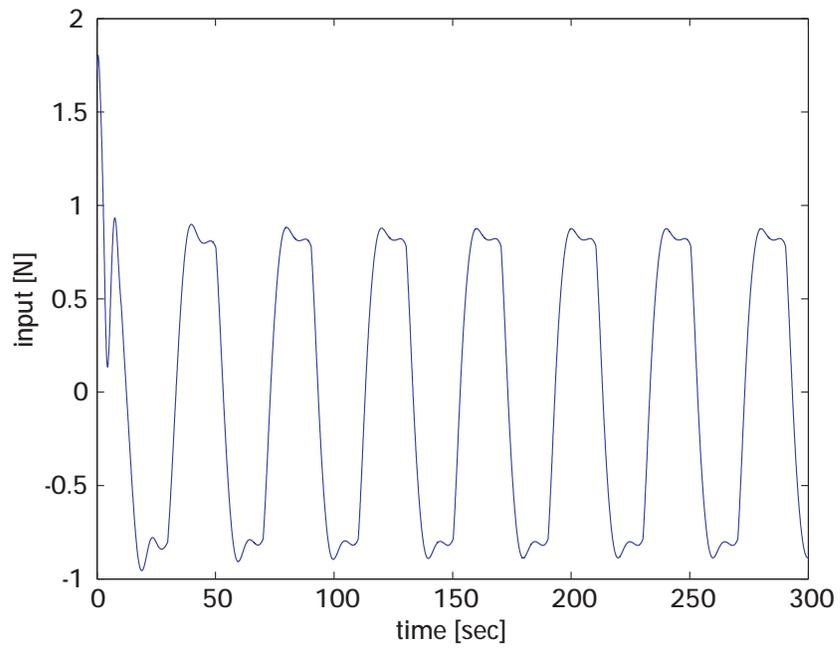


図 5.17: 入力信号 u , 雑音なし.

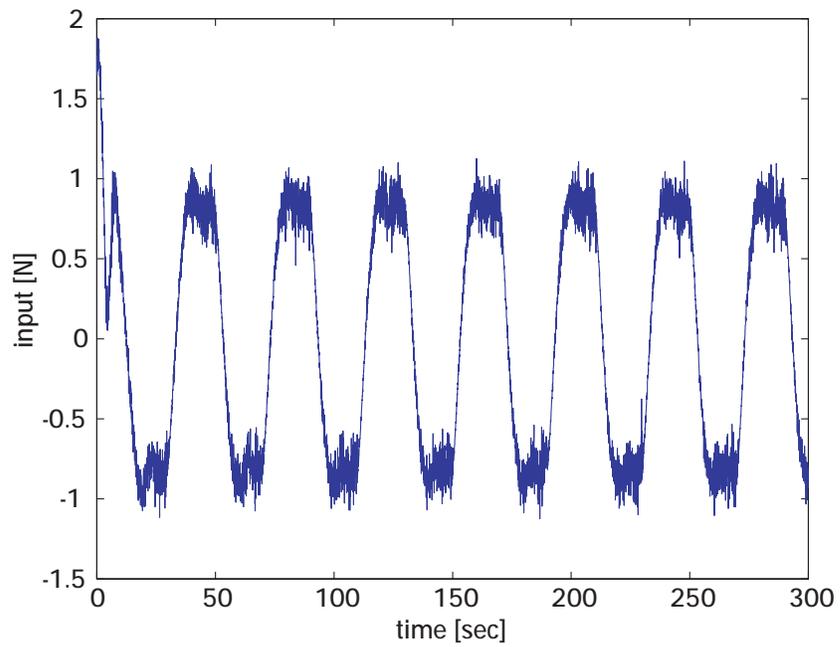


図 5.18: 入力信号 u , $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

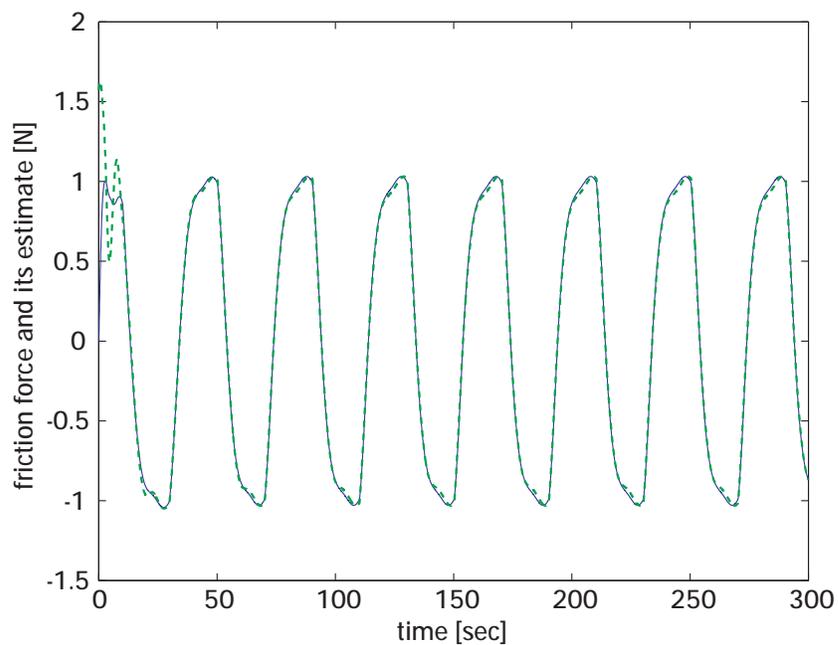


図 5.19: 摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), 雑音なし.

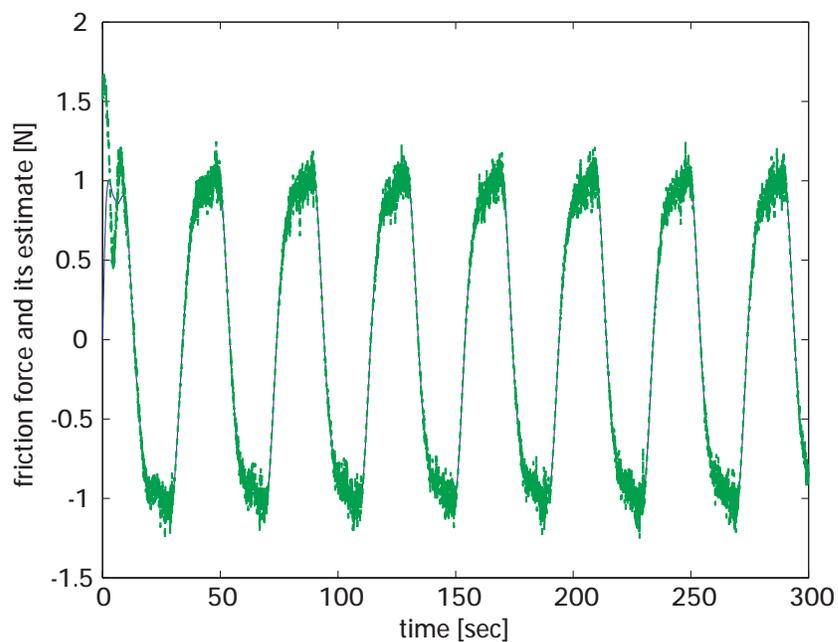


図 5.20: 摩擦力 (実線) とその推定値 (点線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

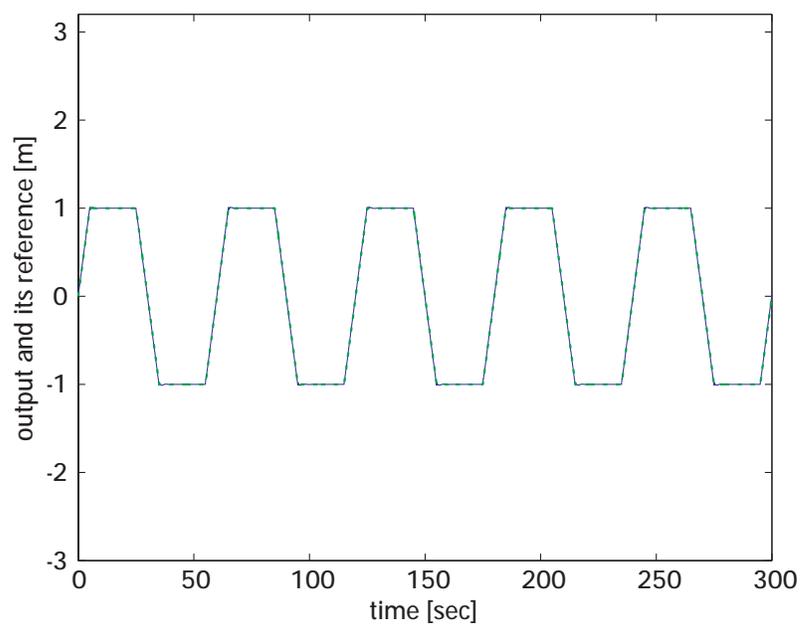


図 5.21: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線).

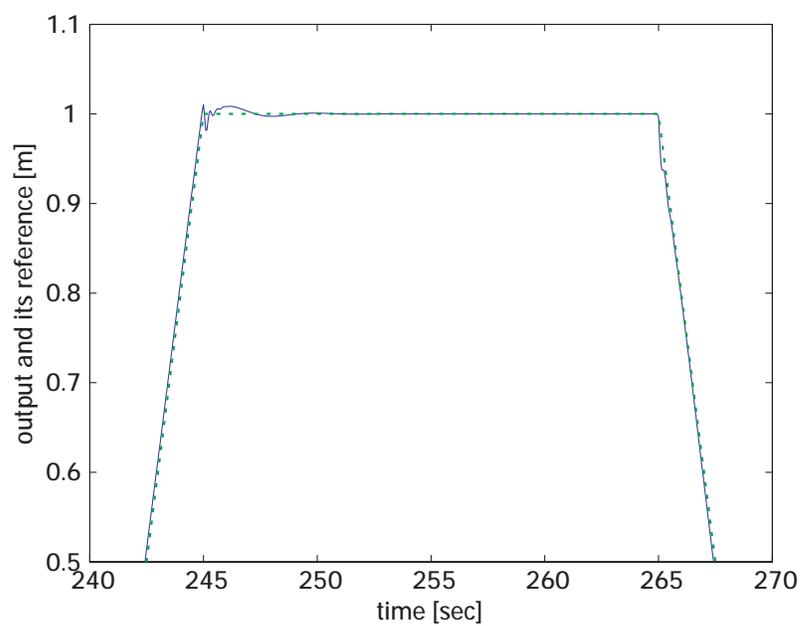


図 5.22: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$).

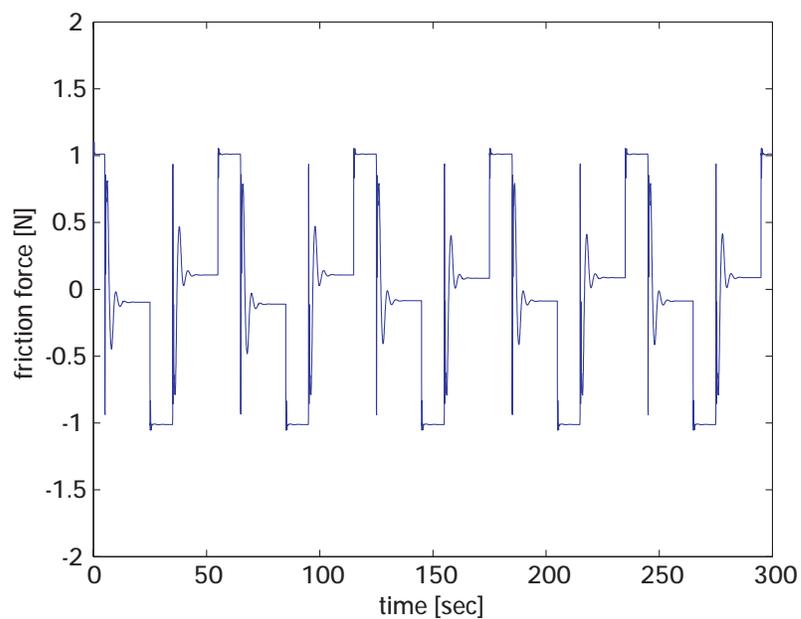


図 5.23: 静止状態がある基準信号の場合の摩擦力.

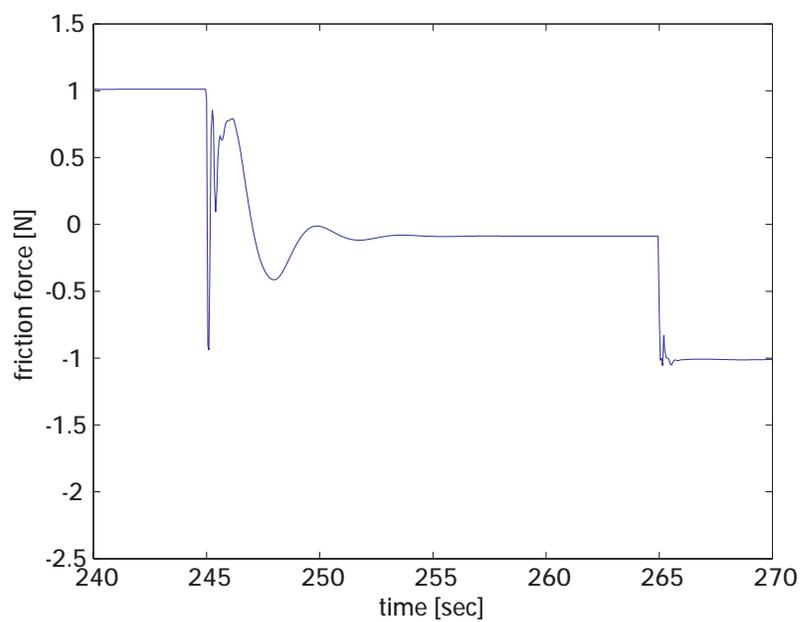


図 5.24: 静止状態がある基準信号の場合の摩擦力 ($t=[240,270]$).

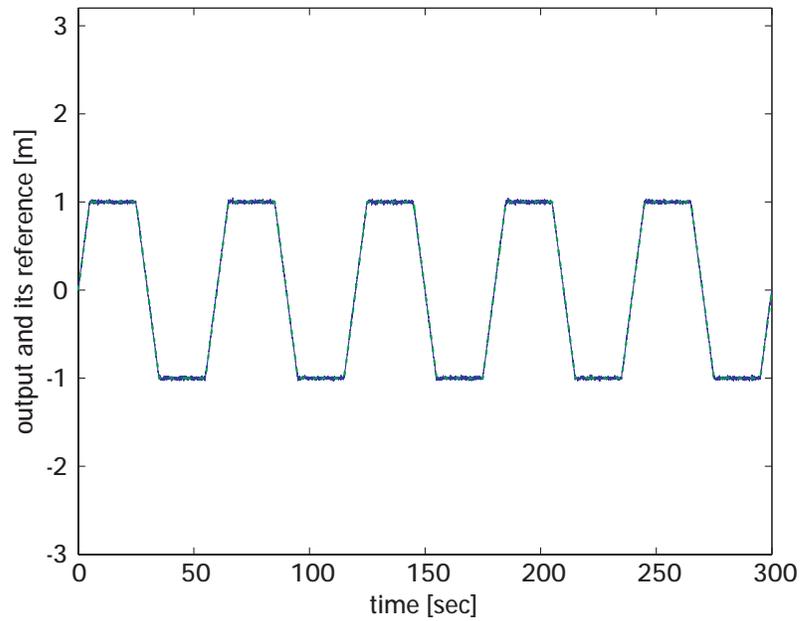


図 5.25: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

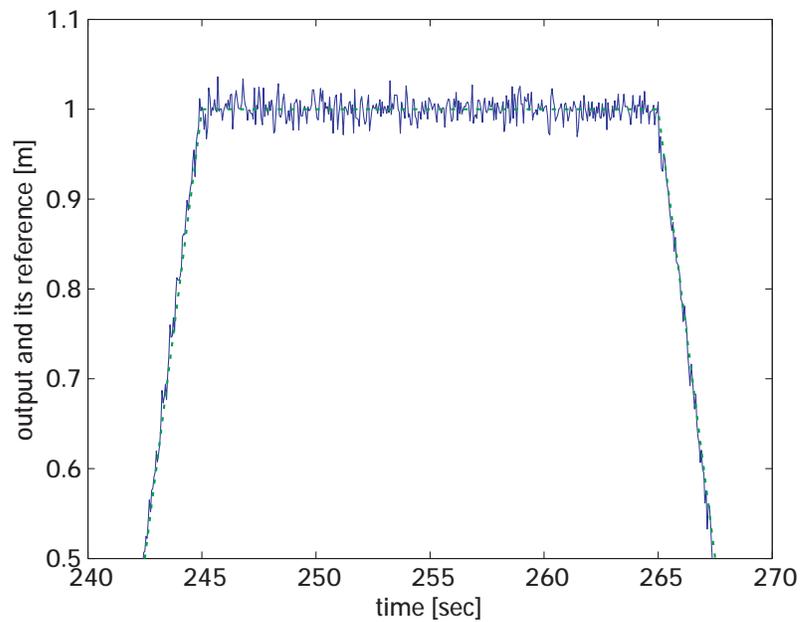


図 5.26: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加.

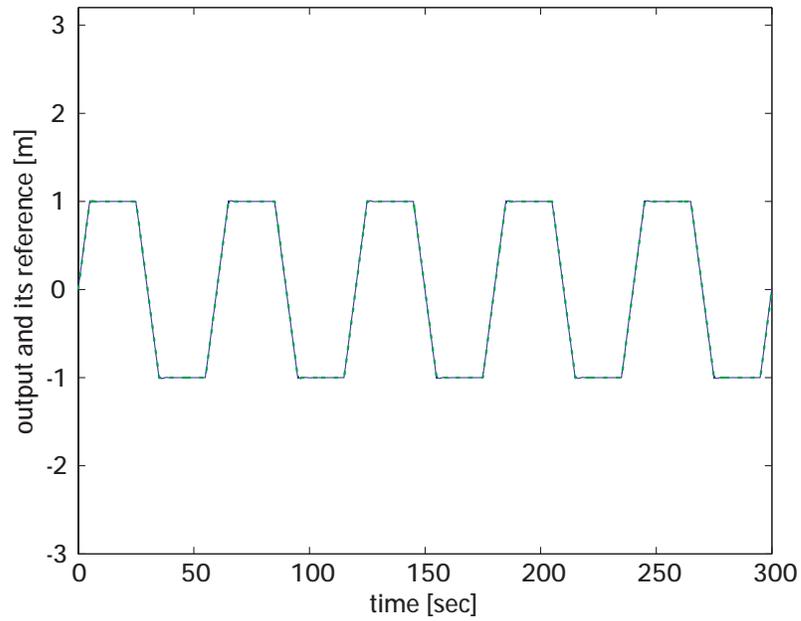


図 5.27: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($f_s = 15[N]$, $\sigma_2 = 0.1[kg/s]$).

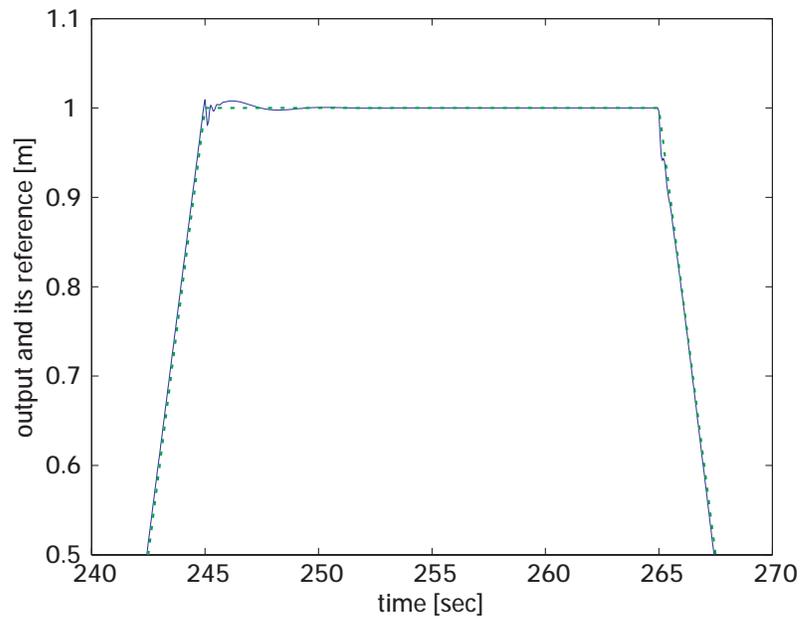


図 5.28: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$)($f_s = 15[N]$, $\sigma_2 = 0.1[kg/s]$).

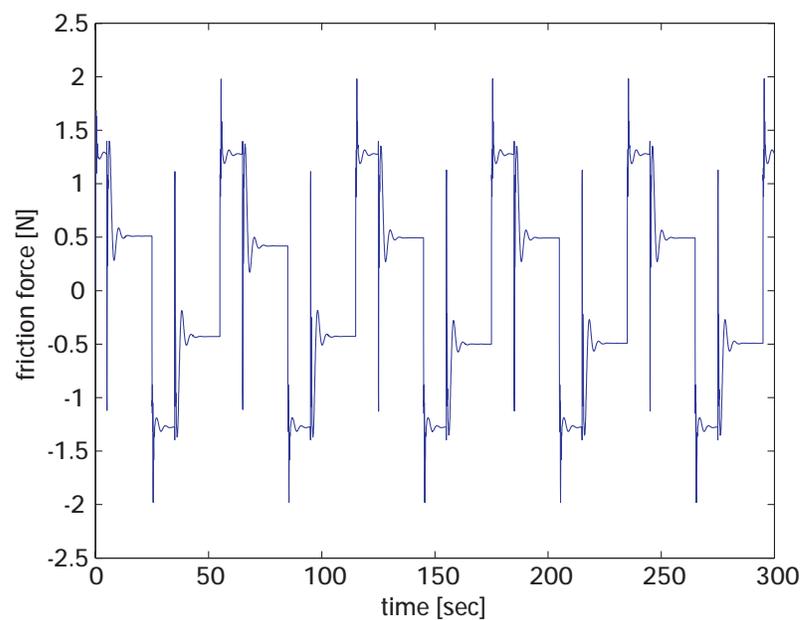


図 5.29: 静止状態がある基準信号の場合の摩擦力 ($f_s = 15[N]$, $\sigma_2 = 0.1[kg/s]$).

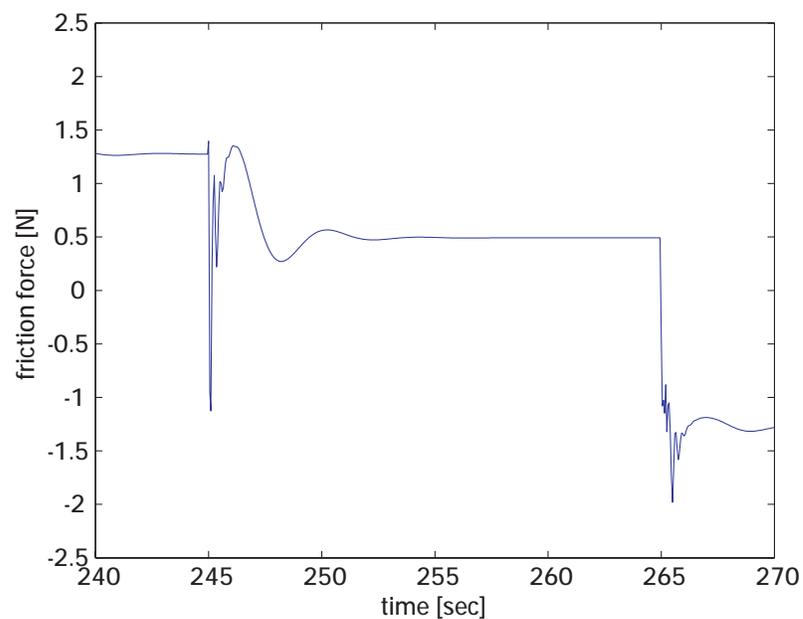


図 5.30: 静止状態がある基準信号の場合の摩擦力 ($t=[240,270]$)($f_s = 15[N]$, $\sigma_2 = 0.1[kg/s]$).

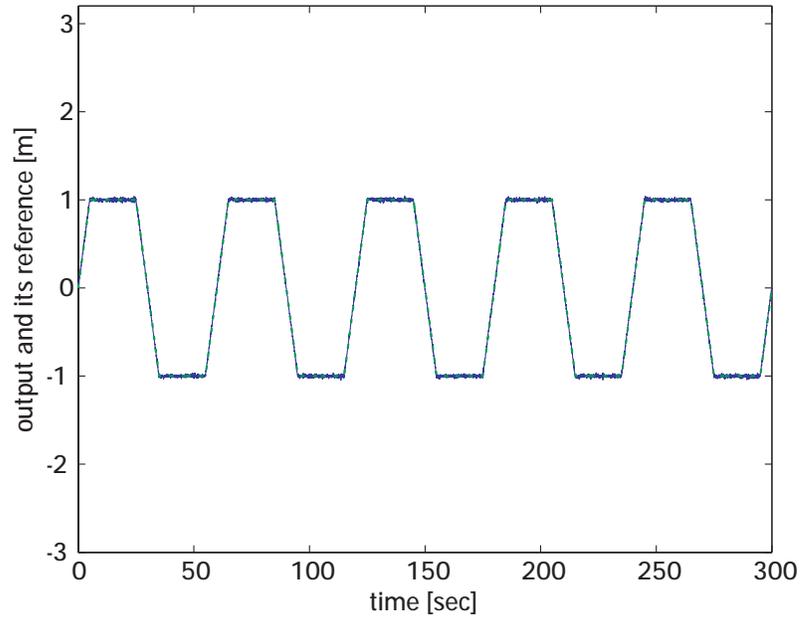


図 5.31: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加 ($f_s = 15[N], \sigma_2 = 0.1[kg/s]$).

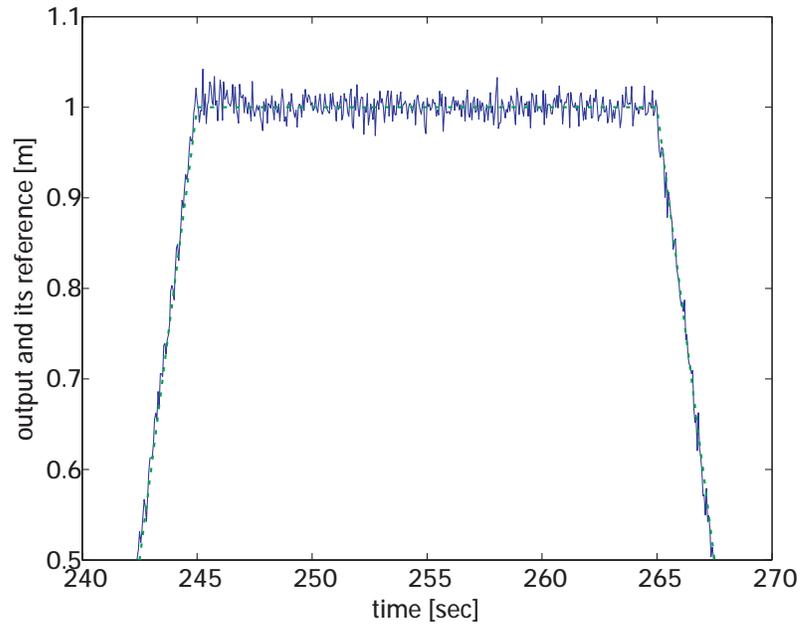


図 5.32: 静止状態がある基準信号 y_d (点線) と提案補償器の出力 y (実線)($t=[240,270]$), $N(0, 10^{-4})$ のノイズを付加 ($f_s = 15[N], \sigma_2 = 0.1[kg/s]$).

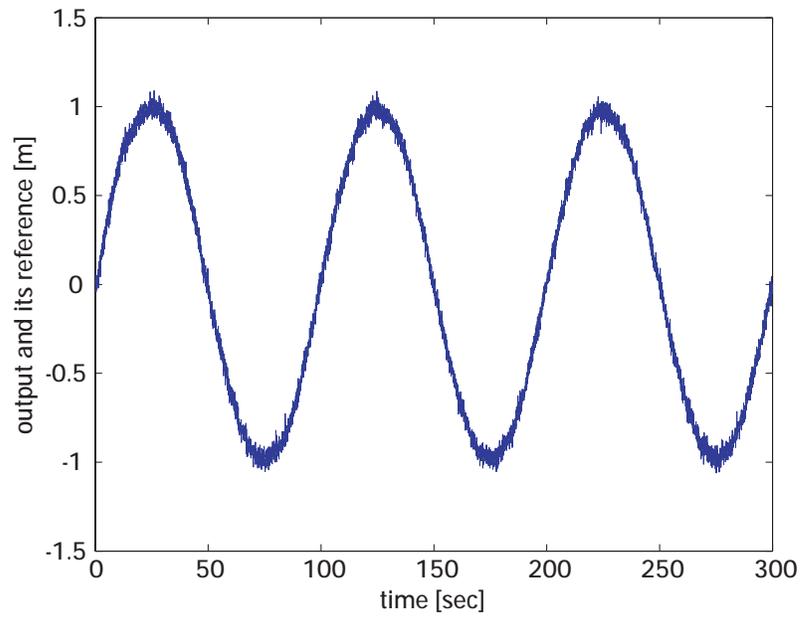


図 5.33: 提案した補償器の出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). $N(0, 10^{-3})$ のノイズを付加.

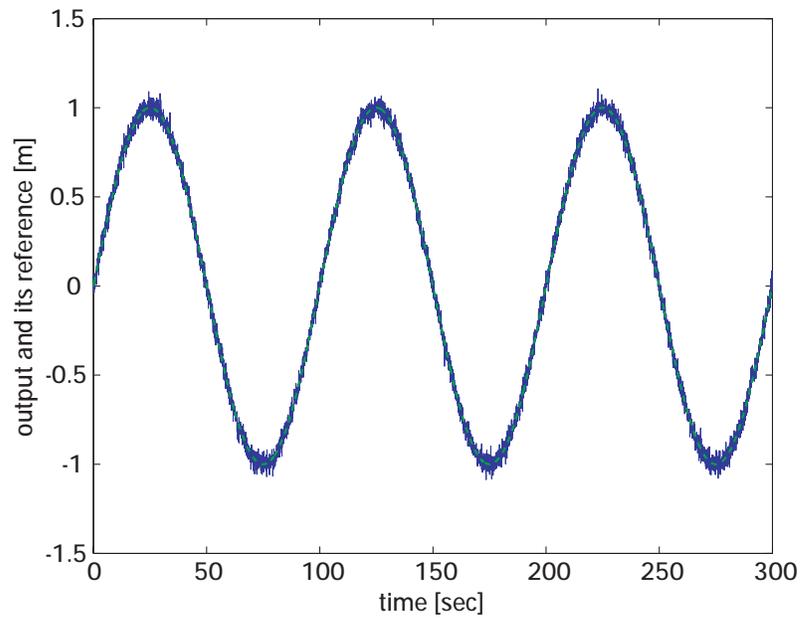


図 5.34: Canudas de Wit らの補償器の出力 y (実線) とその望む基準信号 y_d (点線). $N(0, 10^{-3})$ のノイズを付加.

第6章 結論

本論文では摩擦補償をテーマとして、ファジィ基底関数展開を用いた近似による非線形摩擦力の適応推定手法を提案した。また制御対象の速度を直接測定することができない場合に位置信号だけを測定し、適応微分推定器を使用することで速度推定し、位置と速度の全状態を測定できる場合と同程度の精度での適応制御を提案し、非線形摩擦補償への応用を行った。

まず古典摩擦モデルにおける摩擦力の挙動を確認するため、静止摩擦、クーロン摩擦、粘性摩擦を考慮したモデルで MATLAB/Simulink による数値シミュレーションを行い、ストライベック効果を含む一般的動摩擦力および静止摩擦力を調べた。さらに動的摩擦モデルについて調べ、特に LuGre モデルでは摩擦面を曲がりやすい毛の結合であると仮想することで微視的には非線形な接触点の挙動を表現し、ストライベック効果をモデル化するとともに可変はがれ力、摩擦遅れのような速度依存の摩擦現象を表現できることを確認した。

次に制御対象としてバネ-質点系をとりあげ、線形モデルと非線形モデルのそれぞれについて運動方程式を検討した。

ここで線形モデル、非線形モデル共に位置および速度依存の摩擦現象を含むために摩擦力を高い精度で推定するためには位置と速度の両方の測定が必要であるが、位置と速度の両方を測定するセンサの実装スペースの問題やコストの問題から両方共測定することが難しい場合があり、また位置信号を単に数値微分する方法では雑音の影響を受けやすいという問題がある。このため本論文では適応オブザーバによる速度推定器を提案し、パラメータ調整則の安定性をリアプノフ関数を用いて保証した。これを本論文では適応微分推定器と呼んでいる。そして数値シミュレーションを行い、入力信号に雑音が入っている場合にも有効に速度を推定することが可能であることを確認した。

次の摩擦力の推定では、線形摩擦モデルと非線形摩擦モデルのそれぞれについて位置信号と速度信号の全状態が測定可能な場合と位置信号だけしか測定できない場合について適応オブザーバの設計を行った。

線形摩擦モデルの全状態が測定可能な場合および位置信号だけしか測定できない場合の両方について、設計した適応推定オブザーバでは調整則を用いて誤差の安定性を保

証した。また適応調整則は粘性摩擦係数の変動に対する推定誤差も有界であることを保証した。数値シミュレーションを行い線形摩擦モデルの適応推定オブザーバによって摩擦力を推定できることを検証し、位置信号に雑音が入っている場合にも摩擦力を有効に推定することが可能であることを確認した。

非線形摩擦モデルの場合には全状態が測定可能な場合および位置信号だけしか測定できない場合の両方について、摩擦力の上限値をガウス関数をメンバーシップ関数として選択したファジィ基底関数展開によって近似する適応推定オブザーバを設計し、調整則を用いて誤差の安定性を保証した。数値シミュレーションを行い非線形摩擦モデルの適応推定オブザーバによって摩擦力の上限を推定できることを検証した。

摩擦モデルなしで摩擦力を推定する場合には、位置を測定した結果から加速度を推定する適応推定器を提案した。この加速度推定器は速度推定器と同様の方法で得ることができるが、適応推定器の相対次数が2であるため正実化適応構造を適用することはできないため、加速度推定器にはLMI型適応調整則のような非正実化適応構造を提案した。数値シミュレーションを行い、粘性摩擦モデル、クーロン摩擦モデル、LuGreモデルのそれぞれについてこの推定器で摩擦力を推定できることを確認した。

最後に非線形摩擦モデルについて全状態が測定可能な場合および位置信号だけしか測定できない場合の両方について摩擦力を補償する適応制御器を設計し、数値シミュレーションを行い非線形摩擦モデルの適応推定オブザーバによって摩擦力を補償できることを検証し、位置信号に雑音が入っている場合にも摩擦力を有効に補償することが可能であることを確認した。

本論文では、位置センサから速度を推定する新たな計算アルゴリズムを提案した。このアルゴリズムは速度を時変パラメータとみなして推定するという発想に基づいており、真値への収束とノイズに対するロバスト性を保証する時変パラメータ推定法を提案した。さらに、従来の位置センサと速度センサを必要とする摩擦推定法ならびに補償法において、速度センサをこの微分推定器で置き換えた場合の安定性を証明した。このような手法は位置センサしか実装できないメカトロニクス系の内部状態の推定と制御を、速度センサを装備した制御系の性能に近づけることができることを示唆する。このシステムは半導体製造装置の微細加工などの高精度な位置決め機構が必要な装置について位置センサしか実装できない場合に適用可能であるとともに、摩擦力の影響を無視できない多くの分野に応用可能であると考えられる。

付録A ファジィ基底関数展開

本章では、ファジィ基底関数展開 (FBFE) とファジィ近似器について紹介する。ファジィ論理システムは IF-THEN ルールの集まりから構成される。多入力単一出力の IF-THEN ルールは次のように表される。

$$\begin{aligned} R^{(j)} : & \text{IF } x_1 \text{ is } A_1^j \text{ and } \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^j, \\ & \text{THEN } y \text{ is } C^j ; j = 1, \dots, M \end{aligned}$$

ただし、 $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in V \subset R^n$ および $y \in W \subset R$ はそれぞれ、ファジィ論理システムの既知の入力変数および出力変数である。 A_i^j および C^j はそれぞれ、 V および W のファジィ集合で、 n は入力数、 M はルール数を表している。ファジィ集合 A_i^j メンバシップ関数 $\mu_{A_i^j} \in V$ により定義されているとする。ただし、任意の $x \in V$ に対して $\mu_{A_i^j} \in [0, 1]$ とする。

このとき、ファジィ論理システムの出力は次式のように書くことができる。

$$y(x) = \frac{\sum_{j=1}^M y^j (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i))}{\sum_{j=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j})} \quad (\text{A.1})$$

ただし、 y^j は μ_{C^j} の値が最大となる R の点とする ($\mu_{C^j}(y^j) = 1$ を仮定している)。

$\mu_{A_i^j}(x_i)$ を固定し、 y^j を可調整パラメータとみなすと、(A.1) 式は次のように書き直すことができる。

$$y(x) = \mathbf{k}^T \boldsymbol{\zeta}(x) \quad (\text{A.2})$$

ただし、 $\mathbf{k} = [y^1, \dots, y^M]^T$ はパラメータベクトルで、 $\boldsymbol{\zeta}(x) = [y^1, \dots, y^M]^T$ は次式で定義される $\zeta^j(x)$ からなる基底関数である。

$$\zeta^j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j})} \quad (\text{A.3})$$

これを、ファジィ基底関数 (FBF, fuzzy basis functions) といい、(A.2) 式をファジィ基底関数展開 (FBFE, fuzzy basis function expansion) という。Wang[18] は、Stone-Weierstrass

の定理から、任意の連続関数は FBFE で近似できることを証明した。FBFE は未知係数 y^j をもつファジィ基底関数の線形結合であり、(A.2) 式をファジィ近似器 (fuzzy approximator) という。FBF は既知の観測量からなるので、適応制御におけるレグレッサ (regressor) と考えられる。それゆえ、FBFE の未知係数 y^j を推定するために、適応パラメータ調整則を用いることができることから、多くの研究者がファジィ近似器に適応手法を応用している [19]。

また 2 変数の非線形関数 $f(y(t), u(t))$ を FBFE を用いて次式のように近似できる。

$$f(y(t), u(t)) = \mathbf{k}^T \boldsymbol{\zeta}(y(t), u(t)) + \epsilon \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{k} = [y^1, \dots, y^M]^T \quad (\text{A.5})$$

$$\boldsymbol{\zeta}(y(t), u(t)) = [\zeta^1(y(t), u(t)), \dots, \zeta^M(y(t), u(t))]^T \quad (\text{A.6})$$

ただし、 ϵ は FBFE の近似誤差で、 ζ^j は次式で与えられる関数とする。

$$\zeta^j(y(t), u(t)) = \frac{\mu_{A_1^j}(y(t))\mu_{A_2^j}(u(t))}{\sum_{j=1}^M (\mu_{A_1^j}(y(t))\mu_{A_2^j}(u(t)))} \quad (\text{A.7})$$

付録B 静止摩擦係数，動摩擦係数と古典摩擦モデル

B.1 静止摩擦係数，動摩擦係数

最大摩擦力の大きさは垂直抗力と呼ばれる，床面が物体を押し力の大きさに比例することが実験的に知られている．また物体と床面の2つの摩擦面の材質によっても変化し，その滑りにくさの程度を，最大摩擦力が垂直抗力の何倍になっているかという値で表し，これを「静止摩擦係数」と呼ぶ．最大摩擦力は，接している面の面積や形にはあまり関係しないことも知られている．最大摩擦力を式で表すと，次のようになる．

$$\text{最大摩擦力} = \text{静止摩擦係数} \times \text{垂直抗力}$$

物体が動き出してから摩擦力，すなわち動摩擦力も，垂直抗力に実験的に比例することが知られている．また，物体と床面の2つの摩擦面の材質によっても変化し，その滑りにくさの程度を，最大摩擦力が垂直抗力の何倍になっているかという値で表し，これを「動摩擦係数」または「運動摩擦係数」と呼ぶ．動摩擦力は接している面の面積や形にはあまり関係しないことも知られている．動摩擦力を式で表すと，次のようになる．

$$\text{動摩擦力} = \text{動摩擦係数} \times \text{垂直抗力}$$

通常の摩擦では，動摩擦力は最大摩擦力よりも小さく，このことから動摩擦係数も静止摩擦係数よりも小さな値となる．

B.2 古典摩擦モデル

動摩擦モデルは，定常摩擦モデルあるいは定常状態摩擦モデルとも呼ばれ，遅い速度の関数として摩擦力を計算するものである．本節では，クーロン摩擦と粘性摩擦モ

デル，静止摩擦とクーロン摩擦と粘性摩擦モデル，一般的動摩擦モデルの3つの非線形摩擦モデルについてまとめる [15].

B.2.1 クーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル

古典摩擦モデル，特にクーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデルにおける摩擦力は次式で表される.

$$T_f = T_c \text{sgn}(\dot{y}) + b\dot{y} \quad (\text{B.1})$$

ただし， T_c はクーロン摩擦レベル， b は粘性摩擦係数であり，

$$\text{sgn}(\dot{y}) = \begin{cases} +1, & \dot{y} > 0 \\ 0, & \dot{y} = 0 \\ -1, & \dot{y} < 0 \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

である. 図 B.1 に速度と摩擦力の関係を示す. ただし，摩擦力の符号は発生する方向を正としている. 速度ゼロのときがクーロン摩擦であり，速度ゼロ以外のときに粘性摩擦が速度に比例して表れている.

B.2.2 静止摩擦とクーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル

クーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデルに静止摩擦を加えると古典摩擦モデルが完成する. これを完全古典摩擦モデルあるいは静止摩擦とクーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデルといい，次式で表すことができる.

$$T_f = \begin{cases} T_c \text{sgn}(\dot{y}) + b\dot{y}, & \dot{y} \neq 0 \\ T_e, & |T_e| < T_s, \dot{y} = 0, \ddot{y} = 0 \\ T_s \text{sgn}(T_e), & |T_e| > T_s, \dot{y} = 0, \ddot{y} \neq 0 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

ただし T_c はクーロン摩擦力， T_e は外部力， T_s は動き始めのトルクであり，これは静摩擦領域と動摩擦領域の境界を表している. 図 B.2 に速度と摩擦力の関係を示す. ただし，摩擦力の符号は発生する方向を正としている. 速度ゼロのときの静摩擦領域での最大値が動き始めの動摩擦力より大きく摩擦力の値が不連続に表れている.

B.2.3 一般的動摩擦モデル

実際には，低速域においての動き始めのトルクレベル T_s からクーロン摩擦レベル T_c までの摩擦力は不連続ではなく，速度の関数である [1]. このような摩擦の速度に対す

る連続性をストライベック曲線，あるいは一般的動摩擦モデルといい，次式のように表す．

$$T_f = \begin{cases} [T_c + (T_s - T_c)\exp\left(-\left|\frac{\dot{y}}{\dot{y}_s}\right|^2\right)]\text{sgn}(\dot{y}) + b\dot{y}, & \dot{y} \neq 0 \\ T_e, & |T_e| < T_s, \dot{y} = 0, \ddot{y} = 0 \\ T_s\text{sgn}(T_e), & |T_e| > T_s, \dot{y} = 0, \ddot{y} \neq 0 \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

ここで， \dot{y}_s はストライベック速度である．図 B.3 に速度と摩擦力の関係を示す．ただし，摩擦力の符号は発生する方向を正としている．速度ゼロのときの静摩擦領域から動き始めの動摩擦力へ連続的に変化している．

B.2.4 各摩擦モデルの特徴

古典摩擦モデルのうちクーロン + 粘性摩擦モデルは構造が簡単なため摩擦力について理解するのに適しているが静止摩擦を考慮していないため，一般的な現象として知られている静止摩擦力が動摩擦力より大きいという現象を表現することができない．このため摩擦面に潤滑油等が存在し静止摩擦力が無視できる程に小さい場合にのみ使用できる．静止 + クーロン + 粘性摩擦モデルは静止摩擦を考慮しているが静摩擦領域と動摩擦領域の境界が不連続なため動きはじめの摩擦力を正確に表すことができない．この部分の摩擦力を考慮する必要がない場合に使用できる．一般的動摩擦モデルはストライベック曲線を導入し，上記の不連続性を解消している．ストライベック効果は速度の増加とともに，面と面の間の潤滑油膜が厚くなり，摩擦力が減少する効果である．このためストライベック速度： \dot{y}_s を実験的に求めることができる場合に使用することができる．

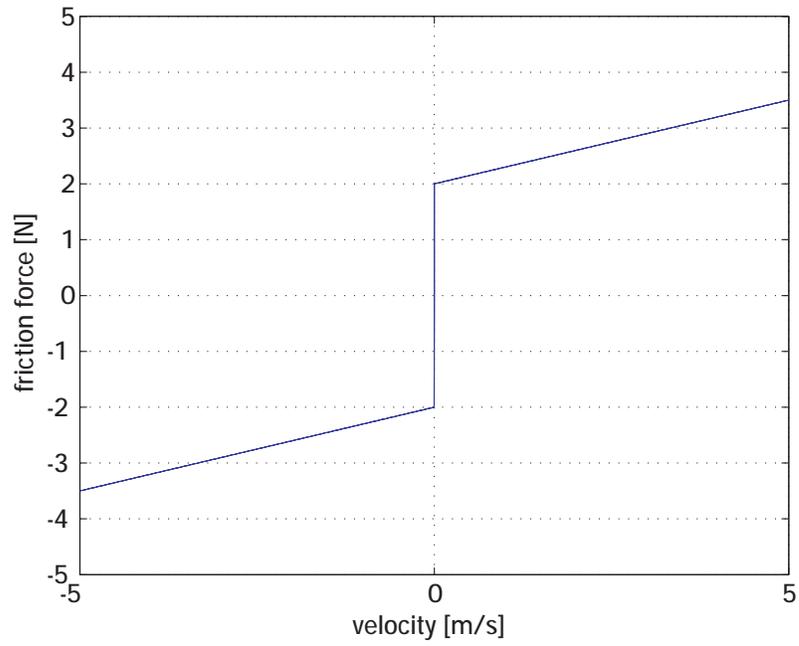


図 B.1: クーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル.

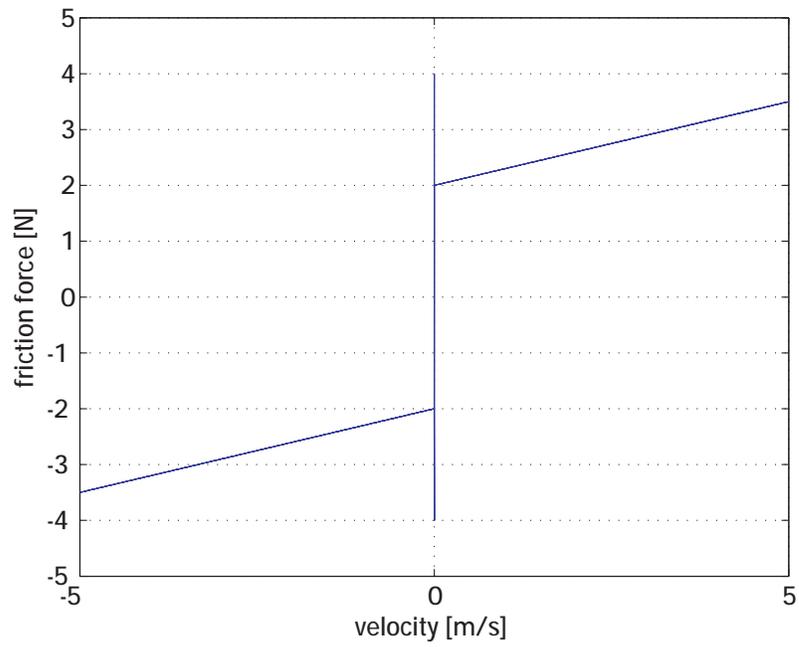


図 B.2: 静止摩擦とクーロン摩擦を考慮した粘性摩擦モデル.

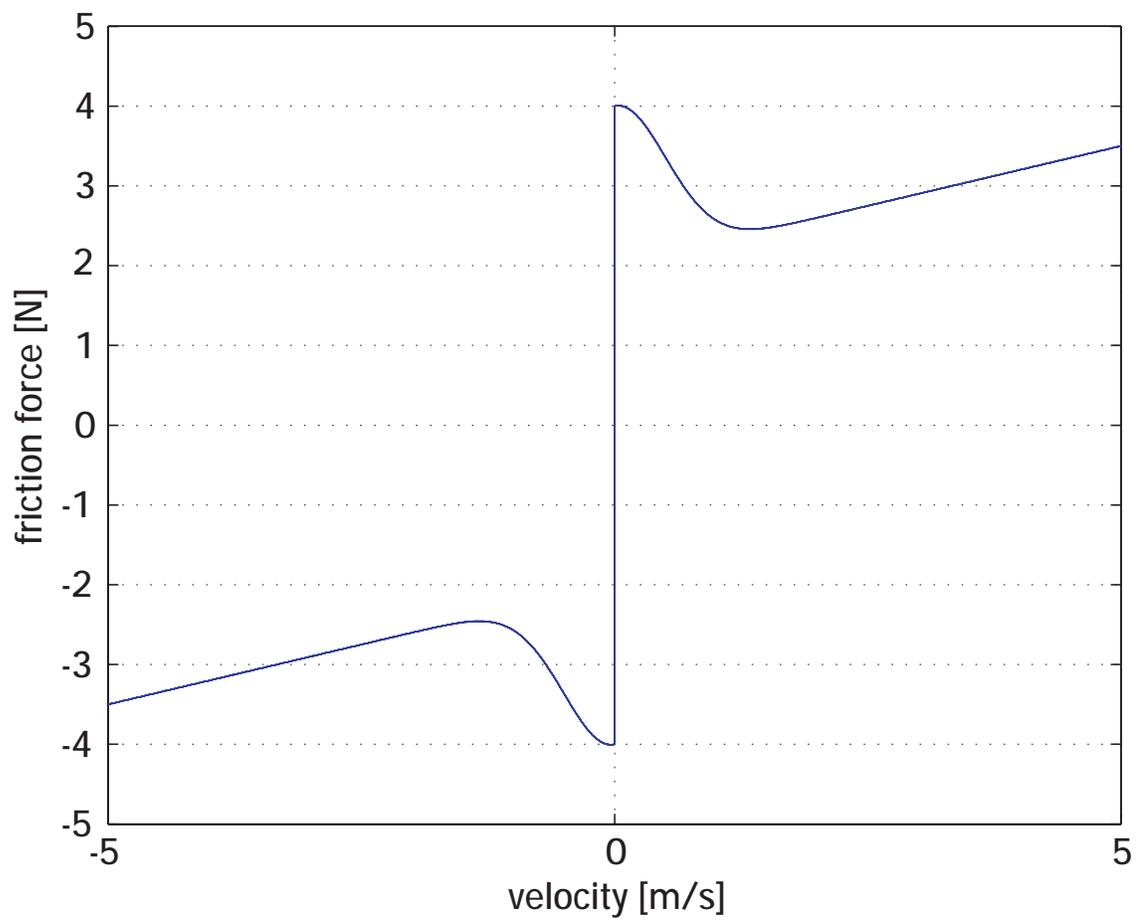


図 B.3: 一般的動摩擦モデル.

付録C 消散性，受動性，リアプノフ関数

入力 $u(t)$ 出力 $y(t)$ をもつ次式の非線形系を考える。

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u \quad (\text{C.1})$$

$$y(t) = h(x) \quad (\text{C.2})$$

ただし, $x \in R^n, u \in R, y \in R$ とする。

この消散性 (dissipativity) は次のように定義される。

定義 C.1 与えられた関数 $s(u, y)$ に対して, (C.1), (C.2) 式が消散的であるとは, 任意の入力 u に対して, すべての $t > 0$ について次式が成り立つような非負のスカラ関数 $V(x) \geq 0$ が存在することである。

$$V(x(t)) \leq V(x(0)) + \int_0^t s(u, y) dt \quad (\text{C.3})$$

このとき, $V(x(t))$ をエネルギー蓄積関数 (storage function), $s(u, y)$ を供給率 (supply rate) といい, 上の不等式を消散不等式という。

$s(u, y)$ を入力信号とともに外部からシステムに注入されるエネルギーの供給率と考えると, 消散不等式の右辺は 0 時刻から t 時刻までに外部から注入されたエネルギーの総和を表すことになる。蓄積関数 $V(x)$ を蓄積されたエネルギーであると考えると, 消散不等式は 0 時刻から t 時刻までに蓄積されたエネルギーが外部より供給されたエネルギーよりも少なく, エネルギーが消費される散逸系になっていることがわかる。

V が微分可能であるならば, 消散不等式は次式と等価になる。

$$\dot{V}(x(t)) \leq s(u(t), y(t)) \quad (\text{C.4})$$

ここで, $u(t) = 0, \forall t \leq 0$ のとき, 供給率がゼロ, つまり, $s(0, y) = 0, \forall t \leq 0$ であるならば, 次式が成り立つ。

$$\dot{V} \leq s(0, y) = 0, \forall t \geq 0 \quad (\text{C.5})$$

$V(x)$ はリアプノフ関数とみなせるので, 結局, 自由系 (外部入力ゼロの系)

$$\dot{x}(t) = f(x(t), 0) \quad (\text{C.6})$$

の平衡点 $x = 0$ は安定になる.

特に, (C.1),(C.2) 式が受動的 (passive) であるとは, 供給率

$$s(u, y) = u^T y \quad (\text{C.7})$$

に対して, 系が消散的であることをいう.

例: 次式の-質点-ダンパ系は受動的である.

$$m\ddot{x}(t) = u(t) - f\dot{x}(t) - kx(t) \quad (\text{C.8})$$

$$y(t) = \dot{x}(t) \quad (\text{C.9})$$

実際に, 蓄積関数は次式のように定義できる.

$$V(x, \dot{x}) = \frac{1}{2}kx^2(t) + \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) \quad (\text{C.10})$$

このとき, その微分値は次式のようになる.

$$\dot{V} = kx\dot{x} + m\dot{x}\ddot{x} \quad (\text{C.11})$$

$$= kx\dot{x} + \dot{x}(u - f\dot{x} - kx) \quad (\text{C.12})$$

$$= -f\dot{x}^2 + u\dot{x} \quad (\text{C.13})$$

$$\leq uy, \forall u \quad (\text{C.14})$$

ここで安定性の定義について考える. 次のような非線形微分方程式の初期値問題を考える.

$$\dot{x} = f(t, x), x(t_0) = x_0 \quad (\text{C.15})$$

ただし, $x \in R^n$ とし, 上式はある領域の初期値 x_0 に対して, 一意解をもつと仮定する. 例えば $f(t, x)$ が区分的に微分可能な関数であるとき, 上式は一意解 $x(t)$ をもつことがいえる. 特に初期時刻と初期値を特定するために, 解 $x(t)$ を $x(t; t_0, x_0)$ と書くことがある.

初期時刻集合を表すために, 次の集合を定義する.

$$R^+ = \{t : t \geq 0\} \quad (\text{C.16})$$

また, 状態 $x(t) \in R^n$ の含まれる領域を表すために, ベクトルの大きさ (ノルム) を次のように定義する.

定義 C.2 $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ のとき, x のノルムを $|x|$ とすると, 次のユークリッドノルムをとる.

$$|x| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (\text{C.17})$$

このとき, 領域 $B(x_0, r) = \{x \in R^n : |x - x_0| < r\}$ は, 中心 x_0 , 半径 r の球形領域を表している.

次に平衡点の安定性についての定義を示す.

定義 C.3 任意の t_0 と $\epsilon > 0$ に対して, $|x_0 - x_e| < \delta$ であるような初期値 x_0 で,

$$|x(t; t_0, x_0) - x_e| < \epsilon, \forall t \geq t_0 \quad (\text{C.18})$$

となるような $\delta > 0$ が存在するとき, 平衡点 x_e は安定 (*stable*) という. δ は ϵ と t_0 に依存する場合も含んでおり, 特に $\delta(\epsilon, t_0)$ とかく.

定義 C.4 安定でかつ $\delta(\epsilon, t_0)$ が t_0 に依存しないとき, 平衡点 x_e は一様安定 (*uniformly stable*) という.

定義 C.5 安定でかつ $|x_0 - x_e| < \delta(t_0)$ であるような初期値 x_0 で,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t; t_0, x_0) - x_e| = 0 \quad (\text{C.19})$$

となるような $\delta(t_0)$ が存在するとき, 平衡点 x_e は漸近安定 (*asymptotically stable*) という.

解の安定性というのは, 初期値に対する連続性であるといえる. つまり初期値が近いほど, 将来の解も近いということが安定性の意味するところである.

次に解が無限に大きくなるということはどういうことであるかを有界性を使い定義する.

定義 C.6 次式が成り立つような $\beta > 0$ が存在するとき, (C.15) 式の解 $x(t; t_0, x_0)$ は有界 (*bounded*) という.

$$|x(t; t_0, x_0)| < \beta, \forall t \geq t_0 \quad (\text{C.20})$$

ただし, β はおのおのの解に依存してよい.

定義 C.7 任意の $\alpha > 0$ と $t_0 \in R^+$ に対して, 次のような $\beta = \beta(\alpha)$ が t_0 に独立に存在するとき, (C.15) 式の解 $x(t; t_0, x_0)$ は一様有界 (*uniformly bounded*) という.

$$|x_0| < \alpha \Rightarrow |x(t; t_0, x_0)| < \beta, \forall t \geq t_0 \quad (\text{C.21})$$

次にリアプノフの安定論の基本的考え方を説明するために次のようなバネ質点系の 2 次の非線形微分方程式を考える.

$$m\ddot{y}(t) + \gamma(\dot{y})\dot{y}(t) + f(y(t)) = 0 \quad (\text{C.22})$$

ここで, m は質点の質量, $\gamma(\dot{y})$ は粘性摩擦係数, $-f(y(t))$ はバネの復元力 (上式で $f(y(t))$ を右辺に移行した $-f(y(t))$ が質点に働く力になる) であり, 粘性摩擦係数が非線形になっている例である. バネの力と位置エネルギーの関係を求めてみよう. フックの法則が成り立つと, バネの復元力は

$$-f(y(t)) = -ky(t) \quad (\text{C.23})$$

である. ただし, k はバネ定数である. バネの位置エネルギー U は次式で与えられる.

$$U(y(t)) = \frac{1}{2}ky(t)^2 \quad (\text{C.24})$$

位置エネルギーは別名ポテンシャルエネルギーと呼ばれる. U と f の関係は次のように与えられる.

$$f(y(t)) = \frac{dU(y(t))}{dy} \quad (\text{C.25})$$

上式で, 一般にポテンシャルエネルギーは, 正值である位置の関数として与えられるものである. 位置変数が複数個ある場合の一般的なポテンシャルエネルギーは次のように表される.

$$U = U(y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (\text{C.26})$$

このポテンシャルエネルギーにより発生する力 (保存力) F は, 各位置座標方向に存在し, 次のように表される.

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y_i} \quad (\text{C.27})$$

上のシミュレーションの場合, 位置変数が 1 つであったため, 偏微分が常微分となり, $F_{y1} = -f(y(t))$ となった.

状態変数を

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix}$$

とおくと、次のような非線形状態方程式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{f(x_1(t))}{m} - \frac{\gamma(x_2(t))}{m}x_2(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C.28})$$

$f(0) = 0$ であるので、この系は平衡点 $x_1 = x_2 = 0$ をもつ。平衡点の安定性をリアプノフ関数を使って調べる。リアプノフ関数はエネルギーを一般化した正の値を持つ状態変数に関する関数である。ここでは次のようなものを考える。

$$V = \frac{1}{2}mx_2^2 + U(x_1) \quad (\text{C.29})$$

上式の第1式右辺の第1項は質点の運動エネルギー、第2項はバネの位置エネルギーを意味している。この V は状態の関数で正の値をもつ。この V の時間微分が負のとき、 V は単調減少することから、平衡点の漸近安定性がいえる。

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) &= 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) &= 0 \end{aligned}$$

実際に V の時間微分を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= mx_2\dot{x}_2 + \frac{dU}{dx_1} \\ &= m \left(-\frac{f(x_1(t))}{m} - \frac{\gamma(x_2)}{m}x_2(t) \right) x_2 + f(x_1(t))x_2 \\ &= -\gamma(x_2)x_2^2 \end{aligned}$$

任意の $x_2 \neq 0$ に対して、 $\gamma(x_2) > 0$ が成立するとき、 $x_2 \neq 0$ である限り、

$$\frac{dV}{dt} < 0$$

となり、 V は時間と共に減少を続けることから、 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0$ がいえる。これは、速度が時間と共に零になることを意味している。しかし、 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0$ は保証されないことに注意が必要である。なぜなら、 $x_1 \neq 0$ であっても、 $x_2 = 0$ となれば、 V は減少しないからである。しかし、ここで $V(x)$ は2変数の2次関数で、外形は丸底のコップ

のような形をしていることがわかる。 x_2 は V が減るように 0 に収束し、 V は極値に達するが、この極値は $x_1 = 0, x_2 = 0$ のとき以外に存在しない。したがって、この系の場合には、漸近安定性は保証されることがわかる。この V をリアプノフ関数と言う。

特に、バネの復元力も粘性摩擦も共に線形、つまり

$$\begin{aligned} f(x_1(t)) &= kx_1(t) \\ \gamma(x_2) &= d \end{aligned}$$

の場合には、次のような線形状態方程式になる。

$$\dot{x} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C.30})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (\text{C.31})$$

$$= A_l x(t) \quad (\text{C.32})$$

次の結果が知られている。

定理 C.1 安定な A_l (A_l の固有値の全ての実数部が負であることを意味する) と任意の正定対称行列 Q に対して、次式が成り立つような正定対称行列 P が存在する。

$$A_l^T P + P A_l = -Q \quad (\text{C.33})$$

ここで、正定対称行列 Q とは、任意の零でないベクトル x に対する 2 次形式 $x^T Q x$ が常に正となるような行列のことである。例えば、例としては次のようなものがある。

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(C.33) 式をリアプノフ方程式という。また、解 P は次式で与えられる。

$$P = \int_{t_0}^{\infty} e^{A_l^T(\tau-t_0)} Q e^{A_l(\tau-t_0)} d\tau \quad (\text{C.34})$$

これは次のようにして確かめることができる。 $\frac{d}{dt} e^{A_l t} = A_l e^{A_l t} = e^{A_l t} A_l$ であることから次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\tau} e^{A_l^T(\tau-t_0)} Q e^{A_l(\tau-t_0)} \\ &= A_l^T e^{A_l^T(\tau-t_0)} Q e^{A_l(\tau-t_0)} + e^{A_l^T(\tau-t_0)} Q e^{A_l(\tau-t_0)} A_l \end{aligned}$$

上式の両辺を $[t_0, \infty]$ で積分すると, (C.34) 式がリアプノフ方程式 (C.33) 式を満足することが確認できる.

そこで, リアプノフ関数を次のようにとることができる.

$$V = x^T P x \quad (\text{C.35})$$

\dot{V} を計算すると次のようになる.

$$\dot{V} = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \quad (\text{C.36})$$

$$= x^T A_l^T P x + x^T P A_l x \quad (\text{C.37})$$

$$= x^T (A_l^T P + P A_l) x \quad (\text{C.38})$$

$$= -x^T Q x < 0 \quad (\text{C.39})$$

したがって, $x \neq 0$ である限り, V が減少し続け結局,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = 0$$

が保証される.

また $f(x_1)$ をもう少し一般の関数としてみることで, 次の条件を満たすような奇関数として漸近安定性を示す.

$$f(x_1)x_1 > 0, \forall x_1 \quad (\text{C.40})$$

ポテンシャル関数 f を用いて書くと, 次のようになる.

$$U(x_1) = \int_0^{x_1} f(l) dl \quad (\text{C.41})$$

(C.40) 式より, ポテンシャル関数は奇関数の積分となり, 常に正の値を, かつ $x_1 = 0$ のときに, 最小値零になる. そこで, リアプノフ関数を次のようにおく.

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2} m x_2^2 + U(x_1) \quad (\text{C.42})$$

$V(x_1, x_2)$ は $x_1 = x_2 = 0$ において, 最小値零をもつ, リアプノフ関数の微分値を求めると次のようになる.

$$\frac{d}{dt} V = m x_2 \dot{x}_2 + \frac{\partial U}{\partial x_1} \dot{x}_1 \quad (\text{C.43})$$

$$= x_2 (-\gamma(x_2)x_2 - f(x_1)) + f(x_1)x_2 \quad (\text{C.44})$$

$$= -\gamma(x_2)x_2^2 \leq 0 \quad (\text{C.45})$$

となり、前述と同様になることがわかる。

以上のことから正値関数 V の時間微分から平衡点の安定性を精密に議論できることがわかる。

次に、リアプノフ関数と安定性に関する定理を説明する。

定理 C.2 リアプノフの安定定理

1. スカラ関数 $V(x)$ が正定で、かつ $\dot{V}(x)$ が準負定ならば、(C.15) 式の原点は安定である。
2. スカラ関数 $V(x)$ が正定で、かつ $\dot{V}(x)$ が負定ならば、(C.15) 式の原点は漸近安定である。
3. 次の条件を満たすスカラ関数 $V(x)$ 、正定数 a, b, c, r および正定数 $p \geq 1$ が存在するならば、(C.15) 式の原点は指数安定である。

$$a\|x\|^p \leq V(x) \leq b\|x\|^p, \forall x \in B_r \quad (\text{C.46})$$

$$\dot{V}(x) \leq -c\|x\|^p, \forall x \in B_r \quad (\text{C.47})$$

漸近安定性に関する次の定理はよく用いられる。

定理 C.3 $x = 0$ が平衡点で $f(t, x)$ は局所的にリプシッツ条件を満たすとする。 $V(x)$ は連続微分可能で、正値、かつ *radially unbounded* 関数で、次式を満足するとする。

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x}(x)f(t, x) \leq -W(x) \leq 0 \quad (\text{C.48})$$

$$\forall t \geq 0, x \in R^n \quad (\text{C.49})$$

ただし、 W は連続関数とする。このとき、(C.15) 式の解は大域的一様有界で、次を満足する。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(x(t)) = 0 \quad (\text{C.50})$$

さらに、 $W(x)$ が正値 ($x \neq 0$ に対して、 $W(x) > 0$) であるならば、平衡点 $x = 0$ は大域的一様漸近安定である。

付録D Barbalatの補題

リアプノフの安定定理は物理的なエネルギーの拡張であるリアプノフ関数の減少によってシステムの安定性を議論するものであった。しかし、実際の応用ではリアプノフ関数を見つけることが容易でない場合も多い。そのような時に、ある関数が収束することを示して、その時間微分が零になることを利用してシステムの安定性を示すことができる。そのために良く使われるのが Barbalat の補題でその内容は次のとおりである。

まず、微分可能関数 $f(t)$ に関して、次の事実が成り立つ。

仮定 D.1 $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ だけでは $f(t)$ が収束することを意味しない。

(反例)

$f(t) = \sin(\log t)$ は振動を続けるが、 $\dot{f}(t) = \frac{\cos(\log t)}{t} \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ である。

仮定 D.2 $f(t)$ が収束することは $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ を意味しない。

(反例)

$f(t) = e^{-t} \sin(e^{2t}) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ しかし、 $\dot{f}(t) = e^t \cos(e^{2t})$ は発散する。

$f(t) = e^{-t} \sin^2(e^{2t}) \geq 0$ に対しても、 $\dot{f}(t)$ は非有界である。

$g(t), t \geq 0$ が有界とは：次式を満たす有限の M が存在する場合をいう。

$$|g(t)| \leq M, \forall t \geq 0$$

このような M が存在しないとき、非有界という。上式を満たす最小の M を上界という。

仮定 D.3 もし $f(t)$ が下に有界 ($f(t) \geq L, \forall t \geq 0$) で減少する ($\dot{f} \leq 0$) ならば、極値に収束する。

Barbalat の補題 D.1 [38]

$$\dot{f}(t) \in L^\infty \text{ かつ } f(t) \in L^2 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0 \quad (\text{D.1})$$

証明: $\dot{f}(t) \in L^\infty$ かつ $f(t) \in L^2$ であることから, 次式を満足するような定数 $c_0 > 0$ が存在する.

$$\int_0^t f^2(\tau) |\dot{f}(\tau)| d\tau \leq \sup_{t \geq 0} |\dot{f}| \int_0^t f^2(\tau) d\tau \leq c_0, \forall t \geq 0 \quad (\text{D.2})$$

この式から極限值 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f^2(\tau) |\dot{f}(\tau)| d\tau$ が存在し, その値は有限値となる. 関数 $g(t) = f^2(t) \dot{f}(t)$ の正部分も負部分も可積分であるので, 絶対可積分関数である $g(t)$ は可積分でもあることから, $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f^2(\tau) \dot{f}(\tau) d\tau$ も存在し, その値は有界である. また, 次式が成り立つ.

$$\frac{df^3(\tau)}{d\tau} = 3f^2(\tau) \dot{f}(\tau) \quad (\text{D.3})$$

$$\int_0^t \frac{df^3(\tau)}{d\tau} d\tau = 3 \int_0^t f^2(\tau) \dot{f}(\tau) d\tau \quad (\text{D.4})$$

$$f^3(t) = f^3(0) + 3 \int_0^t f^2(\tau) \dot{f}(\tau) d\tau \quad (\text{D.5})$$

これを用いると, 次のような極限值が存在し, その値は有限値になる.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f^2(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} |f^3(t)|^{\frac{2}{3}} = \lim_{t \rightarrow \infty} |f^3(0) + 3 \int_0^t f^2(\tau) \dot{f}(\tau) d\tau|^{\frac{2}{3}} \quad (\text{D.6})$$

また, $f(t) \in L^2$ であるので, 上式の極限值はゼロでなければならない. これから, 次式が成り立つことになる.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0 \quad (\text{D.7})$$

(証明終)

また, 信号 $f(t)$ がベクトルの場合には, 次のようになる.

ある定数 $c_1 > 0$ と $c_2 > 0$ に対して, $\int_0^\infty e^T(t)e(t)dt \leq c_1$ かつ $\sup_{t \geq 0} \dot{e}^T(t)\dot{e}(t) \leq c_2$ であるならば, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ が成り立つ.

Barbalat の補題 D.2 もし微分可能な関数 $f(t)$ が $t \rightarrow \infty$ で有限な極値を持ち, $\dot{f}(t)$ が一様連続なとき, $t \rightarrow \infty$ で $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ である.

Barbalat の補題 D.3 もし関数 $f(t)$ が一様連続な $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$ が存在し有限ならば, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ である.

Barbalat の補題 D.4 もし微分可能な関数 $f(t)$ が $t \rightarrow \infty$ で有限な極値を持ち, $\ddot{f}(t)$ が存在し有界ならば, $t \rightarrow \infty$ で $\dot{f}(t) \rightarrow 0$ である.

謝辞

本研究を進めるにあたって多くの方々に御指導と御助力を賜りました。

まず、大分大学工学部福祉環境工学科の松尾孝美教授に終始一貫した研究指導理念のもとに各段階において非常に多くの有益な御示唆と絶えず暖かい励ましと熱心な御指導をいただきました。生涯忘れぬこの御恩に謹んで深謝申し上げます。

本論文の審査を進めるにあたっては、非常に有益なご指摘や御意見をいただきました、大分大学工学部福祉環境工学科の佐久間俊雄教授、小川幸吉教授、大分大学総合科学研究支援センターの今戸啓二准教授、大分大学工学部電気電子工学科の柴田克成准教授に深く御礼申し上げます。

また茨城大学工学部知能システム工学科の星野修教授には研究について多大なる御指導と御指導をいただきました。深く感謝申し上げます。

さらに本研究を進めるうえで、研究室の諸氏の御協力に感謝いたします。特に末光治雄助教には多くの御支援をいただき御礼申し上げます。

最後になりましたが、御支援いただきました大分大学の諸先生・職員や私の勤務先であります大分県立工科短期大学校の職員をはじめ多くの皆様に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] B. Armstrong-Helouvry, P. Dupont, C. Canudas de Wit: A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction, *Automatica*, 30, 1083-1138 (1994).
- [2] H. Olsson, K.J. Aström, C. Canudas de Wit, M. . of Amer-Gäfvert and P. Lischinsky: Friction Models and Friction Compensation, *European Journal of Control*, 4, 176-195 (1998).
- [3] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K.J. Aström, and P. Lischinsky: A New Model for Control of Systems with Friction, *IEEE Transaction on Automatic Control*, 40-3, 419-425 (1995).
- [4] H. Olsson: Control systems with friction, PhD thesis, Lund Institute of Technology, University of Lund (1996).
- [5] D. Karnopp, Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems, *ASME Journal tion, ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1071, 100-103 (1985).
- [6] F. Altpeter, F. Ghorbel, and R. Longchamp: Relationship between friction models: a singular perturbation approach, *Proc. of 37th IEEE CDC*, 1572-1574 (1998).
- [7] B. Armstrong: Control of Machines with Friction, Kluwer Academic Publishers, Boston, USA (1991).
- [8] I.P. Ro, W. Shim, and S. Jeong: Robust friction compensation for submicrometer positioning and tracking for a ball-screw-drive slide system, *Positioning Engineering*, 24, 160-173 (2000).

- [9] B. Friedland, S. Mentzelopoulou, and Y.J. Park: Friction Estimation in Multimass Systems, Proc.of American Control Conference, 1297-1931 (1993).
- [10] S. Mentzelopoulou and B. Friedland: Experimental: Experimental evaluation of friction estimation and compensation techniques, Proc. of American Control Conference, 3132-3136 (1994).
- [11] S.C. Southward, C.J. Radcliffe, and C.R. MacCluer: Robust nonlinear stick-slip friction compensation, ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 113, 639-644 (1991).
- [12] B. Armstrong-Helouvry and B. Amin: PID control in the presence of static friction: a comparison of algebraic and describing function analysis, Automatica, 32-5, 679-692 (1996).
- [13] C. Canudas de Wit, O. Noel, A. AAubin, and B. Brogliato: Adaptive friction compensation in robot manipulators: low velocities, Int. J. of Robotics Research, 10-3, 189-199 (1991).
- [14] C. Canudas de Wit: Robust Control for Servomechanism under Inexact Friction Compensation, Automatica, 29-3, 757-761 (1993).
- [15] E. Papadopoulos and G. Chasparis: Analysis and Model-based Control of Servomechanisms with Friction, ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control, 126-4, 911-915 (2004).
- [16] 佐藤, 三島, 鶴田, 村田: 摩擦補償を含むリニアスライダの適応型位置決め制御, 計測自動制御学会論文集, 40-2, 275/277 (2004).
- [17] Lee : Fuzzy logic in control system : Fuzzy logic controller-Part I,II, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 20, 404-435 (1990).
- [18] L.X. Wang and J.M. Mendel : Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning, IEEE Trans. on Neural Networks, 3, 807-814 (1992).
- [19] L.X. Wang : Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, 1, 146-155 (1993).

- [20] T.-K. Yin and C.S.G. Lee : Fuzzy Model-Reference Adaptive Control, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, 25, 1606-1615 (1995).
- [21] B. Friedland and S.E. Menzelopoulou : On Adaptive Friction Compensation without Velocity Measurement, Proceedings, 1st IEEE Conference on Control and Applications 1076-1081(1992).
- [22] Laura R.Ray, Ashok Ramasubramanian, Jennifer Townsend : Adaptive friction compensation using extended Kalman-Bucy filter friction estimation, Control Engineering Practice 9 169-179(2001).
- [23] S.-H. Park and T.Matsuo : Time-Derivative Estimation of Noisy Movie Data Using Adaptive Control Theory, International Journal of Signal Processing, vol.2-3, 170-177(2005).
- [24] 松尾孝美, 瀧田祐作: アクチュエータに非線形性をもつプラントのファジィ適応同定, 電気学会論文誌 C 分冊, 120C-7, 1035-1042 (2000).
- [25] C. Canudas de Wit and S.S. Ge: Adaptive Friction Compensation for Systems with Generalized Velocity/Position Friction Dependency, Proc. of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, 2465-2470(1997).
- [26] 青木顕一郎, 堀内良: 基礎機械材料学, 朝倉書店 (1991).
- [27] D.A. Haessig and B. Friedland: On the modelling and simulation of friction, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 113-3, 354-362 (1991).
- [28] P.-A. Bliman and M. Sorine: Friction modelling by hysteresis operators: application to Dahl, sticktion and Stribeck effects, Proc. of the conference 'Models of hysteresis ', Trento, Italy (1991).
- [29] P.-A. Bliman and M. Sorine: Easy-to-use realistic dry friction models for automatic control, Proc. of the 3rd European control conference, Rome, Italy, 3788-3794 (1995).
- [30] A. Visintin: Differential models of hysteresis, Springer (1994).

- [31] D. Putra, L.P.M. Moreau, and H. Nijmeijer: Observer-Based Compensation of Discontinuous Friction, Proc. of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control, 4940-4945 (2004).
- [32] S.S. Ge, T.H. Lee, and J. Wang: Adaptive NN Control of Dynamic Systems with Unknown Dynamic Friction, Proc. of the 39th IEEE Conf. on Decision and Control, 12-15 (2000).
- [33] M. Kristić and P. Kokotović : Modular Approach to Adaptive Nonlinear Stabilization, *Automatica*, vol.32, 625-629(1996).
- [34] R.M. Hirschorn and G. Miller: Control of Nonlinear Systems with Friction, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol.7-5,588-595(1999).
- [35] H. Han and C.-Y.Su: Robust fuzzy control of nonlinear systems using shape-adaptive radial basis function, *Fuzzy Sets and Systems*, vol.125, 23-38(2002).
- [36] D. V.-Díaz and Y. Tang: Adaptive Robust Control of Nonlinear Systems, *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, vol.34-3,1596-1601(2004).
- [37] K. Adachi, H. Suemitsu, and T. Matsuo, “Frequency Estimator with LMI-type Adaptive Update Law”, *Proc. of SICE-ICCAS2006 CD-ROM*, 790–795 (2006).
- [38] G.Tao: A Simple Alternative to the Barbalat Lemma, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 42-5, 698(1997).
- [39] B. Friedland and Y.-J. Park, “ On Adaptive Friction Compensation”. *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol.37-10, 1609-1612 (1992)
- [40] S.N. Huang, K.K. Tan, T.H. Lee, “ Adaptive motion control using neural network approximations”. *Automatica*, vol.38, 227-233 (2002)
- [41] K. Sato, Y. Mishima, K. Tsuruta, and K. Murata, “ Adaptive Positioning Control for Linear Slider with Friction Compensation”. *Trans. of Society of the Instrument and Control Engineers, Japan*, vol.40-2, 275-277 (2004) (in Japanese).
- [42] J. Wang, S.S. Ge and T.H. Lee, “ Adaptive Friction Compensation for Servo Mechanism”. in: *Adaptive Control of Nonsmooth Dynamic Systems* G. Tao and F.L. Lewis (Eds.), Springer, 211-248 (2001)

- [43] Q.H. Xia, S.Y. Lin, M.H. Ang Jr. and T.M. Lim, “ Adaptive Joint Friction Compensation Using a Model-Based Operational Space Velocity Observer”. *Proc. of IEEE International Conf. on Robotics and Automation*, 3081-3086 (2004)
- [44] Lih-Chang Lin, Ju-Chang Lai, Stable Adaptive Fuzzy Control with TSK Fuzzy Friction Estimation for Linear Drive Systems *Journal of Intelligent and Robotic System* 38:237-253 (2003)
- [45] A.M. Annaswamy, F.P. Skantze and A.-P.Loh, Adaptive control of Continuous Time Systems with Nonlinear parametrization, MIT Report No.9602, April (1996)
- [46] C. Canudas de Wit, K.J. Aström, K.Braum, Adaptive Friction Compensation in DC Motor Drives, *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol.RA-3, No.6, 681-685 (1987)
- [47] C. Canudas de Wit, C.P.Noel, A.Auban, B.Brogliato, Adaptive Friction Compensation in Robot Manipulators: Low Velocities, *International Journal of Robot Research*, Vol.10, No.3, 189-199(1991)
- [48] C. Canudas de Wit, H.Olsson, K.J. Aström, P.Lischinsky, A new model for control of system with friction, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.40, No.3, 419-425, March(1995)
- [49] C. Canudas de Wit, Comments on: A new model for control of system with friction, *IEEE Trans. on Automatic Control* (1998)
- [50] C. Canudas de Wit, P.Lischinsky, Adaptive Friction Compensation with partially known dynamic friction model, *Int. Journal of Adaptive Control Signal Processing*, Vol11, 65-80(1997)
- [51] H.K.Khalil, *Nonlinear Systems*, New York: Macmillan (1992)
- [52] B.Armstrong-Helouvry, P.Dupont, C.Canudas de Wit, A Survey of Analysis Tools and Compensation Methods for the control of Machines with Friction, *Automatica*, Vol.30, No.7, 1083-1138, July (1994)
- [53] R.M.Sanner, J.-J.E.Slotine, Gaussian networks for direct adaptive control, *IEEE Trans. Neural Networks*, vol.3, No.6, 837-863(1992)

- [54] F.L.Lewis, K.Liu, A.Yesildirek, Neural net robot control with guaranteed tracking performance, *IEEE Trans. Neural Netw.*, Vol.6, No.3, 703-715 (1995)
- [55] S.S.Ge, C.C.Hang, L.C.Woon, Adaptive Neural Network Control of Robot Manipulators in Task Space, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* (1997)
- [56] S.S.Ge, Robust adaptive NN feedback Linearization control of nonlinear systems, *Int.J.Syst.Science*, Vol.27, No.12, 1327-1338 (1996)
- [57] C. Canudas de Wit, S.S.Ge, Adaptive friction compensation for systems with generalized velocity/position friction dependency, *Processings of the 36th IEEE Conf.on Decision and Control*, San Diego, CA, 2465-2470 (1997)
- [58] T.P.Chen, H.Chen, Approximation capability to functions of several variables, nonlinear functionals, and operators by radial basis function neural networks, *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol.6, No.4, 904-910 (1995)
- [59] B.Friedland, Y.J.Park, On adaptive friction compensation, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol.37, No.10, 1609-1612 (1992)
- [60] S.S.Ge, T.H.Lee, C.J.Harris, Adaptive Neural Network Control of Robot Manipulators, *World Scientific*, River Edge, NJ (1998)
- [61] S.S.Ge, T.H.Lee, S.X.Ren, Adaptive friction compensation of servo mechanisms, *Int. J. of System Science* (2000)
- [62] Y.H.Kim, F.L.Lewis, Reinforcement adaptive learning neural-net-based friction compensation control for high speed and precision, *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, Vol.8, No.1, 118-126 (2000)
- [63] R.Ortega, A.Loria, P.J.Nicklasson, H.SiraRamirez, *Passivity-based control of Euler-lagrange Systems*, Springer-Verlag, London (1998)
- [64] Y.Tan, I.Kanellakopoulos, Adaptive nonlinear friction compensation with parametric uncertainties, *Proceedings of ACC*, San Diego, CA, 2511-2515 (1999)