

第 2 章

進行波電界による絶縁性液体のEHD液体ポンピング制御

2.1 序論

液体中に存在する自由電荷や分極電荷と外部印加電界との相互作用を取り扱う分野は、EHD効果の分野として定義されている。歴史的にも古くから知られており、電気浸透現象、電気泳動や流動電位などの電気運動学的現象も、EHD効果の研究領域に入る⁽²³⁾。近年、このEHD効果と理解される現象の範囲も拡大され、流れ場と電界とが共存している場におけるマクロ帯電粒子の挙動もEHDの研究対象とされている⁽²⁴⁾。しかしながら、もともとEHD効果は、液体に電気力学的な作用で、攪はん、混合、分離、移動等の力学現象が発生することである。その本質はN.J.Feliciの解説⁽²⁵⁾にもあるように、液体中の電荷に作用する電気泳動力であろう。

本章では、絶縁性液体内部に発生するEHD効果としての液体ポンピング制御について述べる。これは、灯油のような絶縁性液体中に、3相交流による進行波電界を作用させ、誘導電荷との相互作用で、液体に対して重力に対抗する揚力として垂直変位を電氣的に与えるものである。

空気のような粘性流体中に、形成された交流不平等電界（単相交流定在波電界と多相交流進行波電界）によるマクロ帯電粒子の電気力学的制御に関しては、増田らによって一連の研究がなされている⁽²⁶⁻²⁹⁾。本章では、この進行波電界の特異性を絶縁性液体中で展開した、いわゆる電界カーテンによるEHD効果を取り扱う。

本研究と類似の先行研究には、J.R.Melcherらの論文⁽¹²⁾がある。先行論文との相異点は、物理的に妥当と思われる3つの仮定のもとに、EHDポンピング制御に対する進行波電界の周波数特性を理論的に明確にした点にある。これによって、筆者の実験と合わせ、J.R.Melcherらの実験を含め、EHDポンピング制御の各種パラメータ依存性を、初等的ではあるが、理論的にある程度明かにできた。

2.2 実験装置

2.2.1 3相進行波電界によるEHD液体ポンピング制御装置

基本的な実験装置は、図2.1のような進行波電界形成用の平行円筒電極列を利用する。通常、ポンプは機械的に回転する可動部インペラーが必ず存在する。しかし、EHD効果を利用したポンプには、このような可動部が全くないのが特徴である。3相進行波電界によるEHDポンピング制御⁽³⁰⁻³⁹⁾において、実際に実験で使用したEHDポンピング素子の概略を、図2.2(a)に示し、写真を図2.2(b)に示す。ここで使用した電極は、電極からの電荷注入を押さえる効果と液体の汚染による性能低下をさせないために、芯線直径1mmの電極自身にはテフロン被覆を施し、外径2mmのテフロン被覆電極として使用した。この直径2mmのテフロン被覆電極3本を、直径10mmの亚克力製U字管に螺旋状に密着巻き、それを内径19mmの塩化ビニール管内に装着している。なお、素子電極部の実効的な長さは約1mである。これが図2.3(a)に示すレイアウトで絶縁性液体(灯油)用のタンク(直径450mm)と垂直変位(揚程:ヘッド)を計測する液面変位計(内径5mmの亚克力管)に接続されている。写真は図2.3(b)に示す。また、EHDポンピング素子の駆動用電源は、周波数可変型3相高圧電源($f = 5 \sim 100\text{Hz}$, $V = 0 \sim 17\text{kV}$:相電圧波高値)を使用した。電源(従来型)の写真を図2.4に示す。実験に使用した液体は、市販の灯油(比誘電率 $\epsilon_m = 3$, 導電率 $\sigma_m = 5 \times 10^{-14}\text{S/m}$)とトランス油(比誘電率 $\epsilon_m = 2.2$, 導電率 $\sigma_m = 2 \times 10^{-14}\text{S/m}$)である。

2.2.2 6相進行波電界によるEHD液体ポンピング制御装置⁽¹²⁾

J.R.Melcherらは、同様な実験装置を使用して、6相電圧でのEHD効果を、フロンを使用している。著者らのEHDポンピング素子との差異は、図2.5に示すように液体を導入する管の外側に6本の絶縁電線を螺旋状に巻き付けて、外壁を通して液体に進行波電界を印加している点である。このEHDポンピング素子の全長は10mである。素子の内径(液体が充填されている部分)は、1/4インチ(6.35mm)である。ここで、図2.5は、文献(12)の引用である。

2.3 実験方法および実験結果

2.3.1 垂直変位の周波数特性

図2.6 (a), (b) は, 印加電圧とともに計測部の平衡液面が上昇する方向に進行波電界を印加する, いわゆる順方向特性である。

また, 図2.7 (a), (b) は逆に平衡液面が降下する方向に進行波電界を印加した, 逆方向特性である。

パラメータは, 印加電圧 (線間電圧波高値) である。灯油の場合, 順逆方向ともにある特定の周波数に対して, 最大の液面変位を示す。トランス油に対しても同様の特性が得られるはずであるが, 電源装置の性能上5 Hz以下の3相電圧を発生させることができないので, 本実験では, 灯油の場合のような特性は確認されていない。一方, J.R.Melcherらの図2.3によるフレオンの場合には, 図2.8のような特性になる。

また, EHD液体ポンピング制御の応用として, 微小重力環境, すなわち, 宇宙重力環境における人工衛星等の静寂な装置内での液体輸送などが考えられる。そこで, 微小重力環境下においての同様な実験を行うため, 装置全体のコンパクト化を行うことにした。その装置全体の写真を図2.9に示す。写真の中央右側にある市販のインバータ電源 (以下, 簡易型電源という) の特徴は, 図2.4の従来型電源 (外寸: 縦900×横550×奥1,100mm) に比べ外寸で縦225×横230×奥72mmと非常にコンパクトであり, 価格も10万円前後で安価である。しかしながら, 電源波形の比較を示すと図2.10のようになる。これより, 本研究で重要な10~20数Hzの周波数帯で, 従来型電源に比べて, かなり波形が歪んでいることがわかる。簡易型電源を使用して, 灯油の垂直変位の周波数特性を調べた結果を図2.11 (a), (b) に示す。最大垂直変位の減少分は, 印加電圧の歪み波形の影響が大きいと考えられるが, EHD液体ポンピング制御の基本的な特徴としては, よく現れていることが判った。

以下、図 2.8 と後述する図 2.13, 図 2.14 および図 2.15 は、文献 (12) の引用であるが、今回の実験との比較のために、EHD ポンピング素子 1 m 当りの垂直変位に換算している。

2.3.2 垂直変位の印加電圧特性

図 2.12 は灯油の場合について、周波数を一定に保った場合の、順方向の垂直変位の印加電圧特性を示す。ここで、各周波数に対して、最大垂直変位を示す印加電圧が存在することが考えられるが、5 Hz 以下の 3 相電圧を発生できないことと、EHD ポンピング素子内で絶縁破壊を起こさないで安定に印加できる電圧の制限上、このことを実験的には確認されていない。一方、図 2.5 によるフレオンの場合には、図 2.13 のような特性になる。

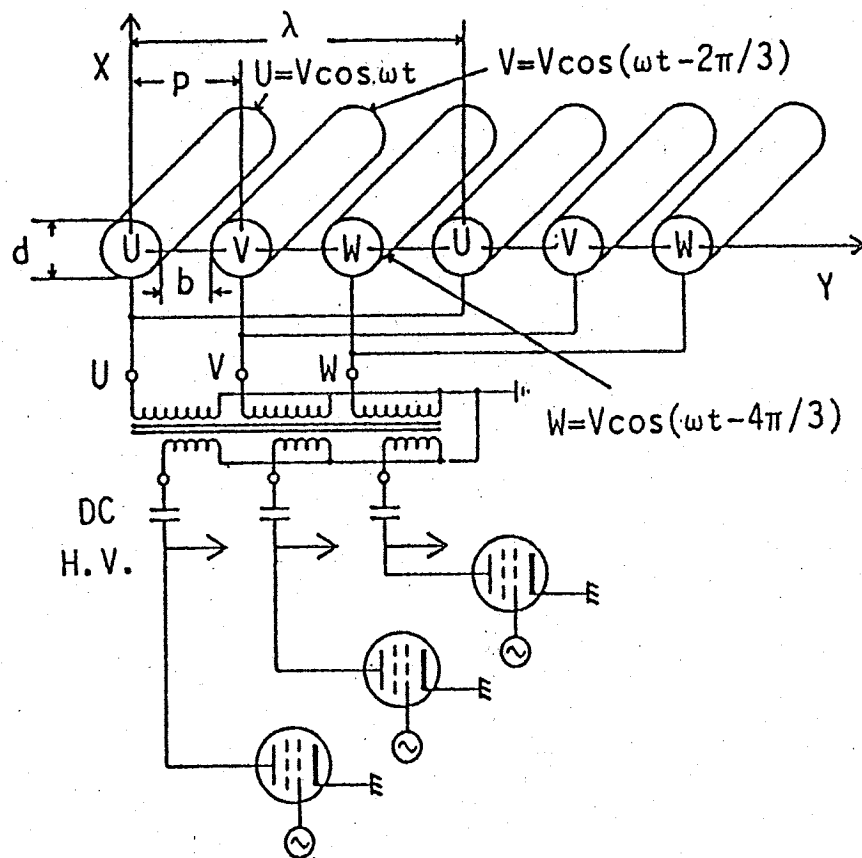
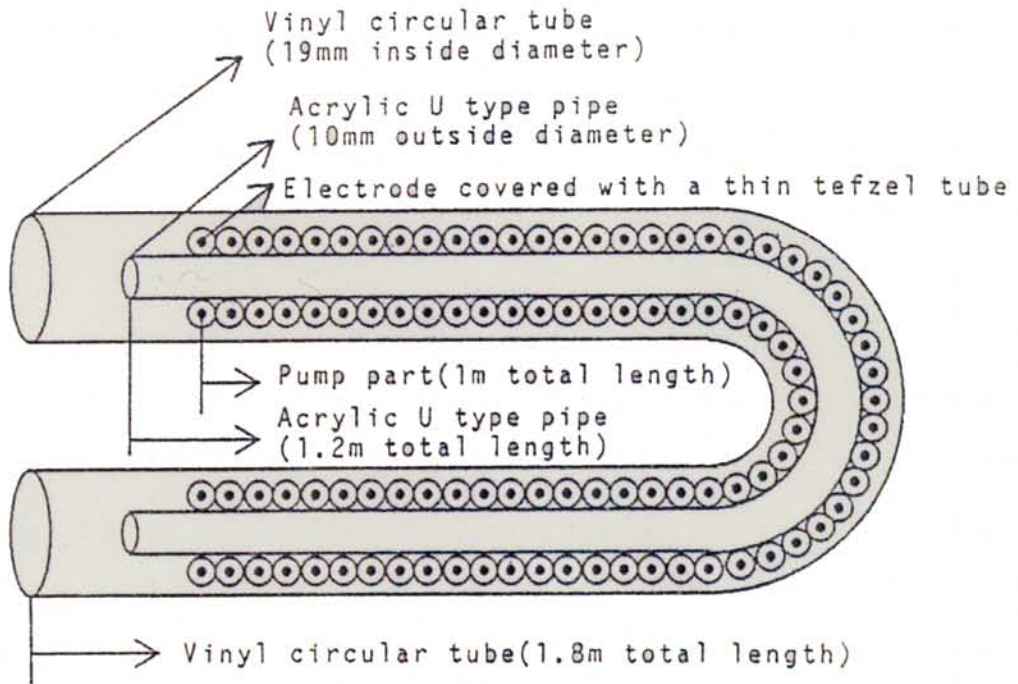
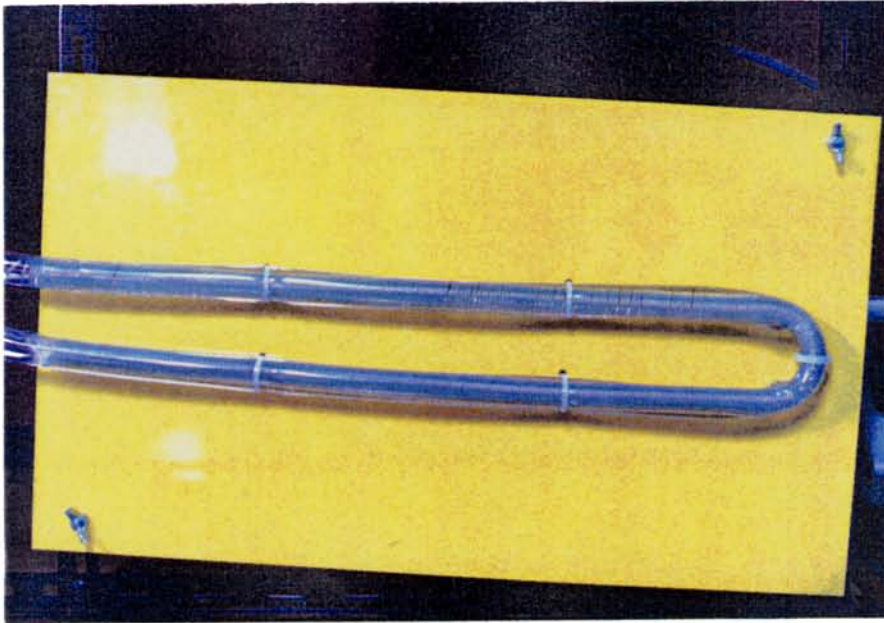


図 2.1 3相高電圧が印加された平行円筒電極列



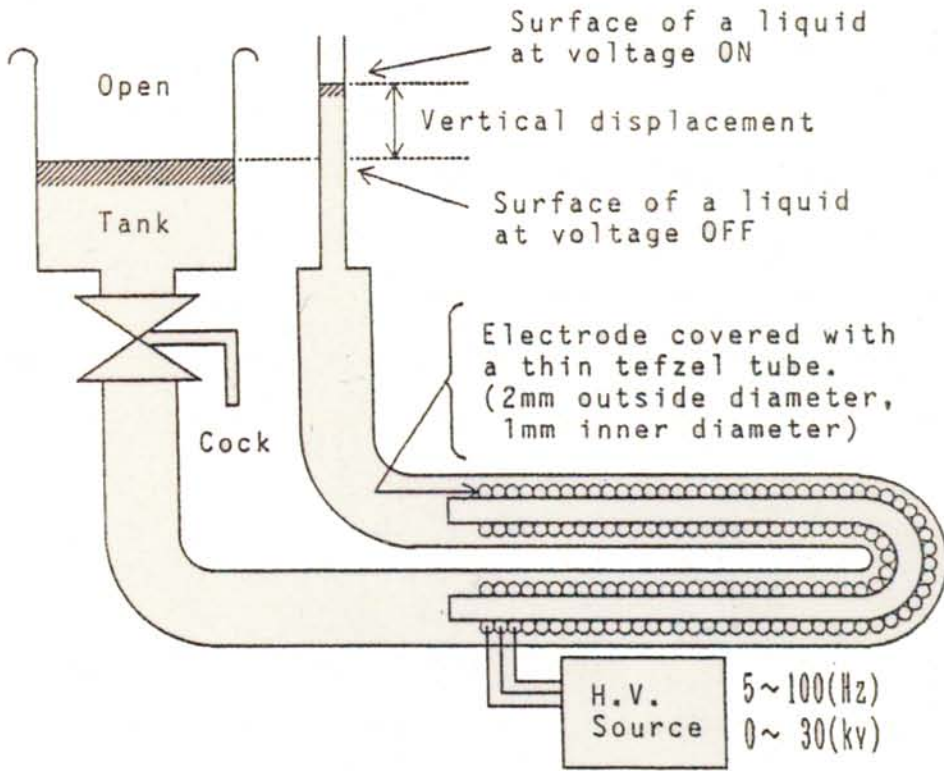
(a) 概略

図 2 . 2 EHD ポンピング素子



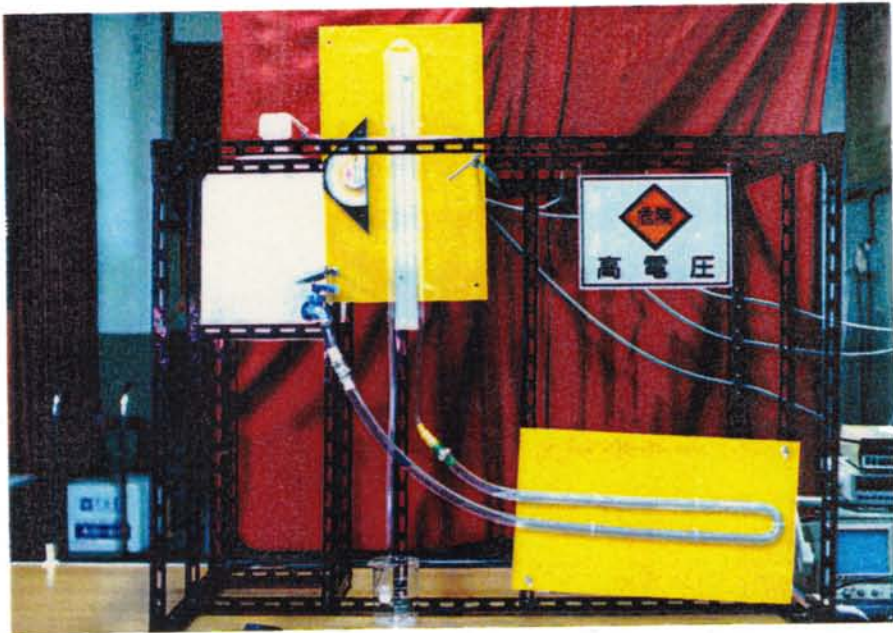
(b) 写真

図 2 . 2 EHD ポンピング素子



(a) 概略

図 2.3 3相進行波電界によるEHD液体ポンピング制御装置



(b) 写真

図 2.3 3相進行波電界によるEHD液体ポンピング制御装置



図 2.4 3 相高圧電源 (従来型)

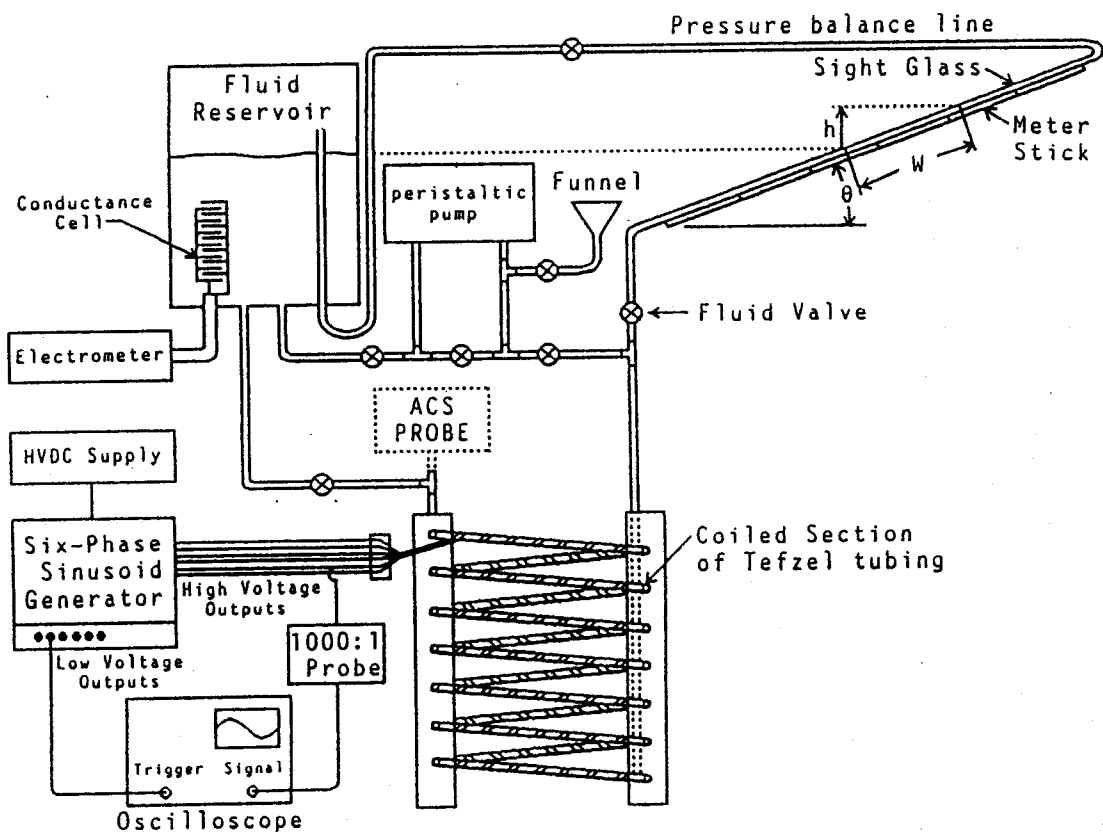


図 2.5 6 相進行波電界による EHD 液体ポンピング制御装置⁽¹²⁾

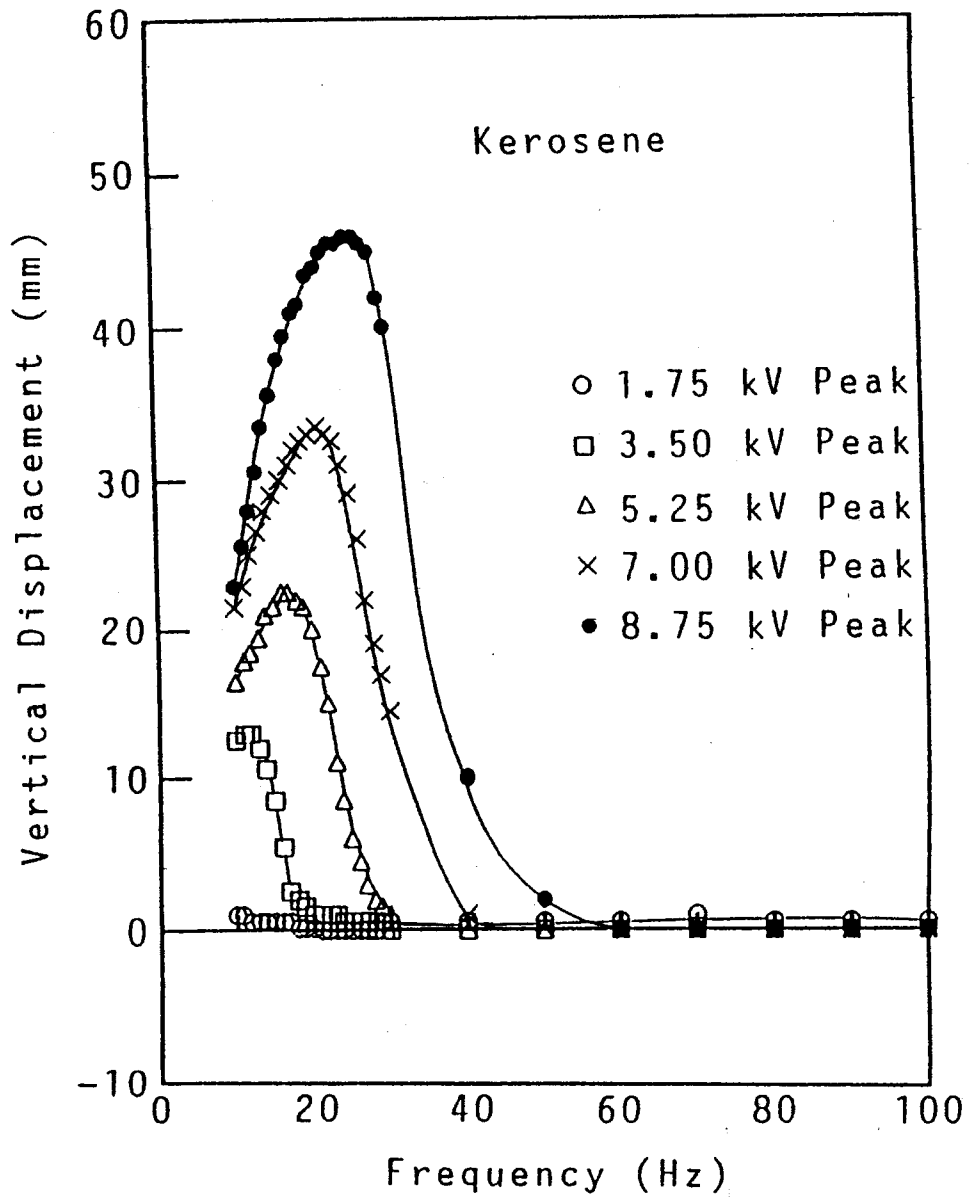


図 2.6 (a) 垂直変位の周波数特性 (順方向)
(灯油)

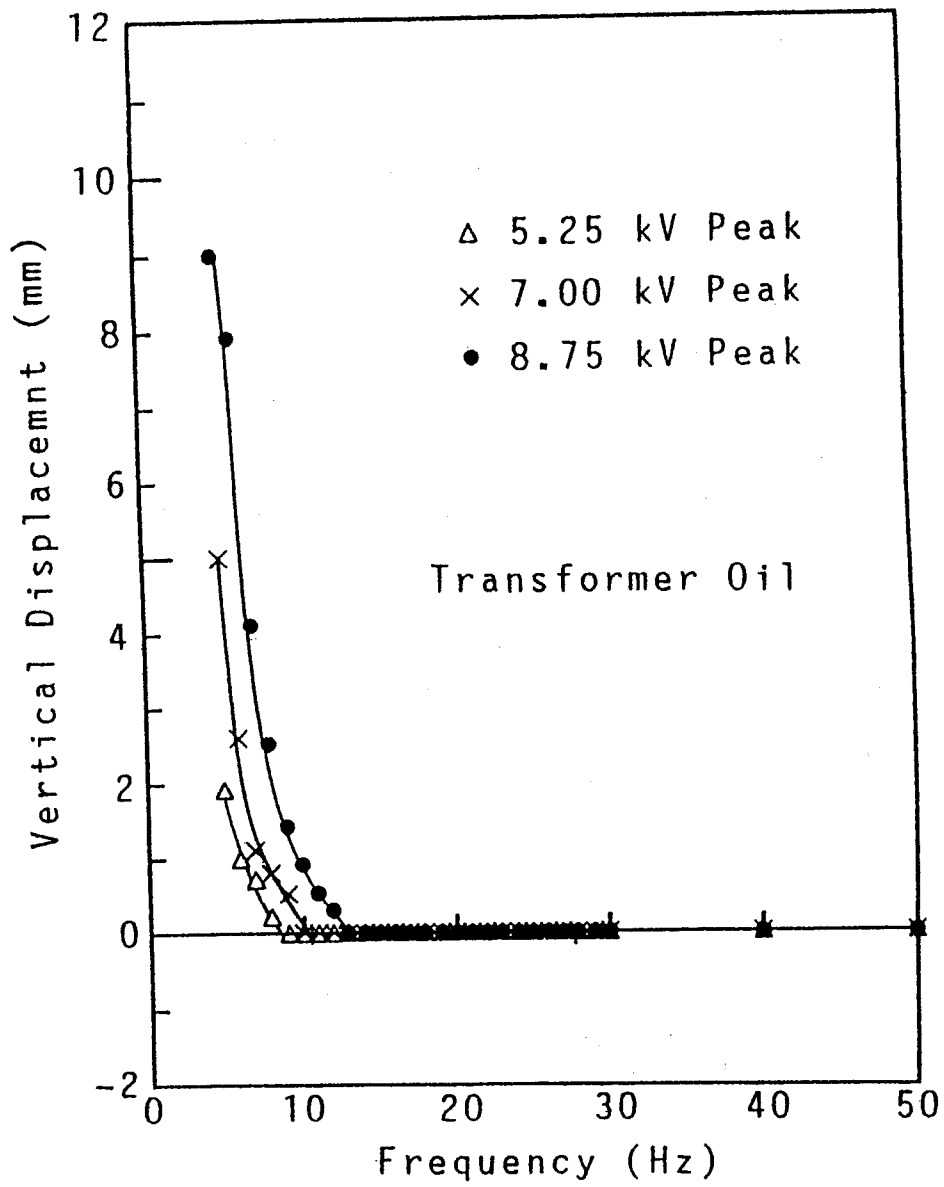


図 2.6 (b) 垂直変位の周波数特性 (順方向)
(トランス油)

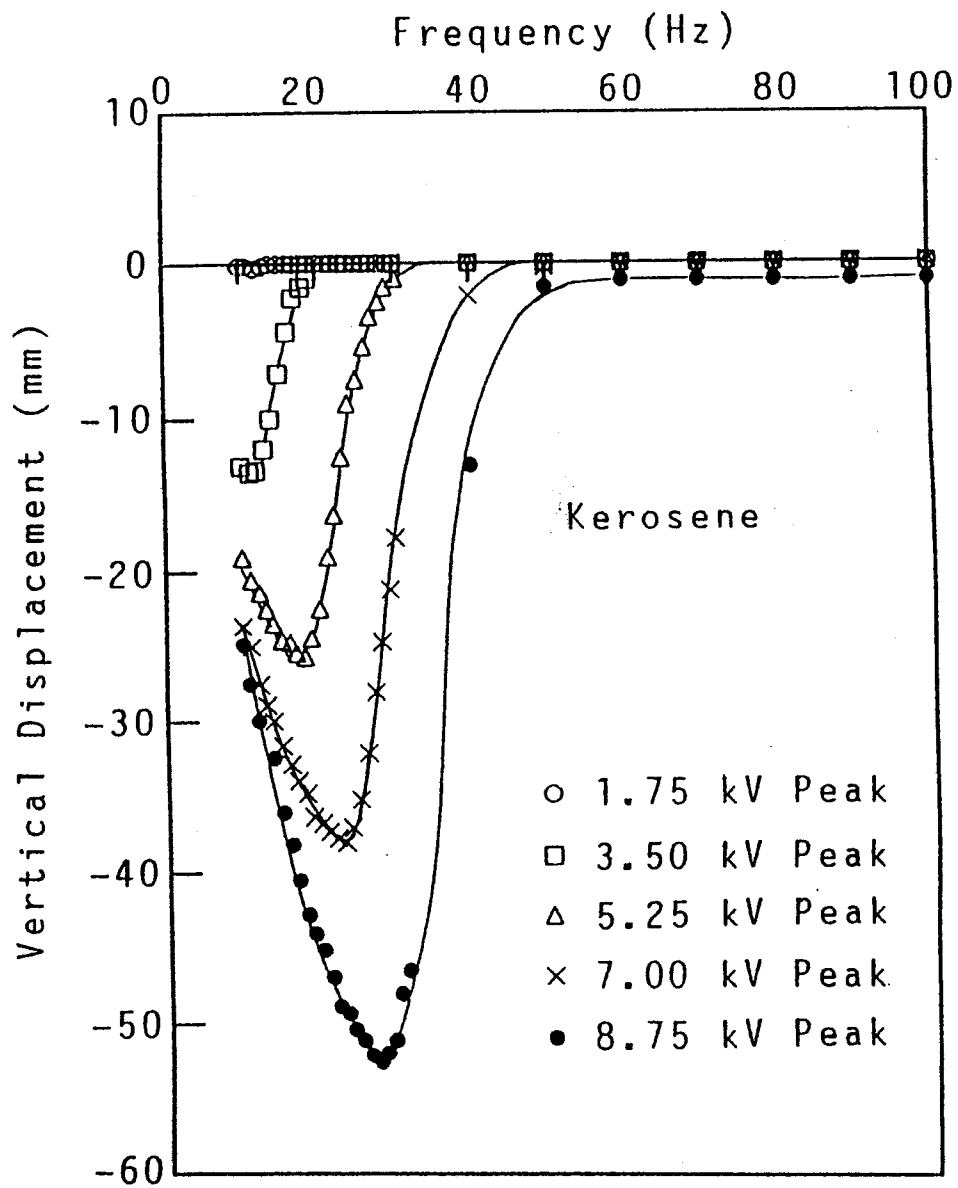


図 2.7 (a) 垂直変位の周波数特性 (逆方向)
(灯油)

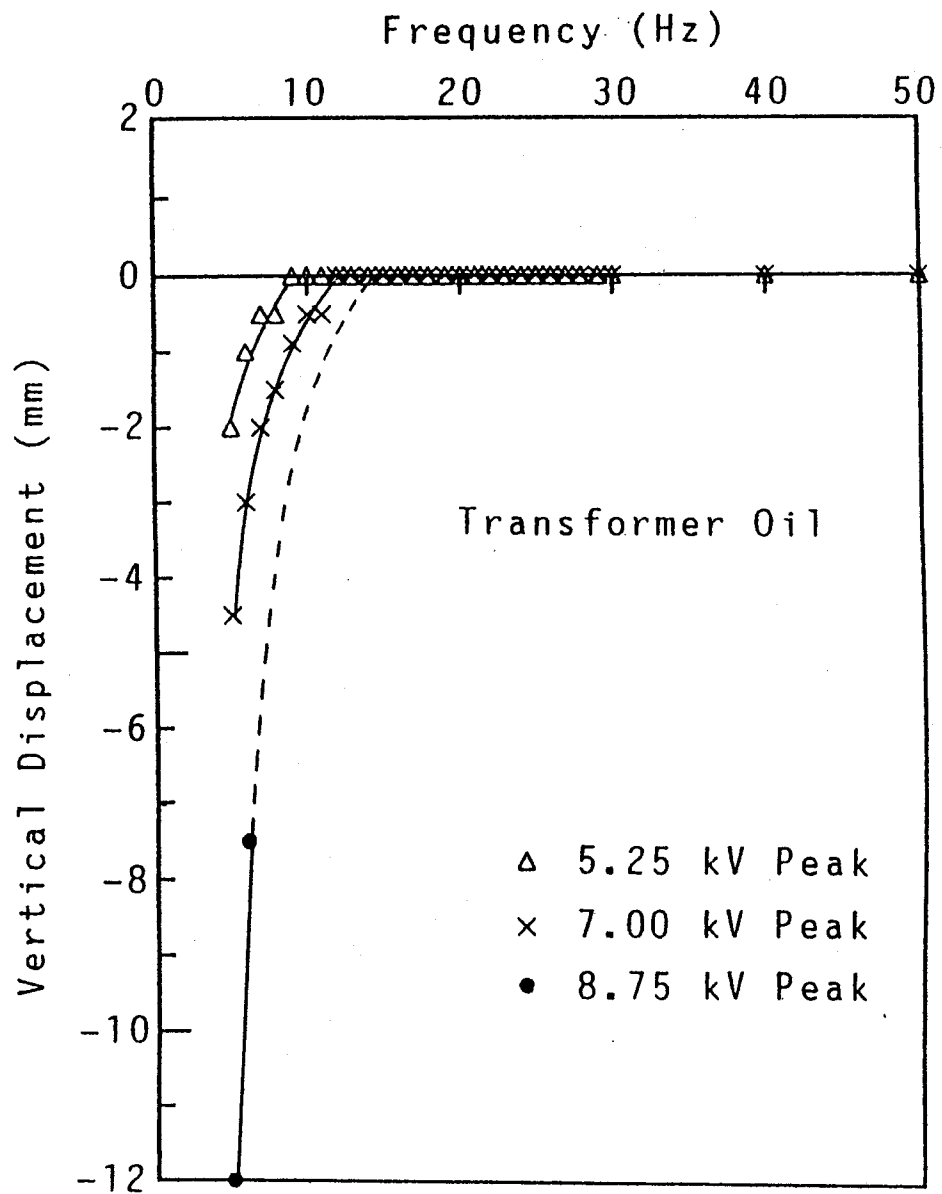


図 2.7 (b) 垂直変位の周波数特性 (逆方向)
(トランス油)

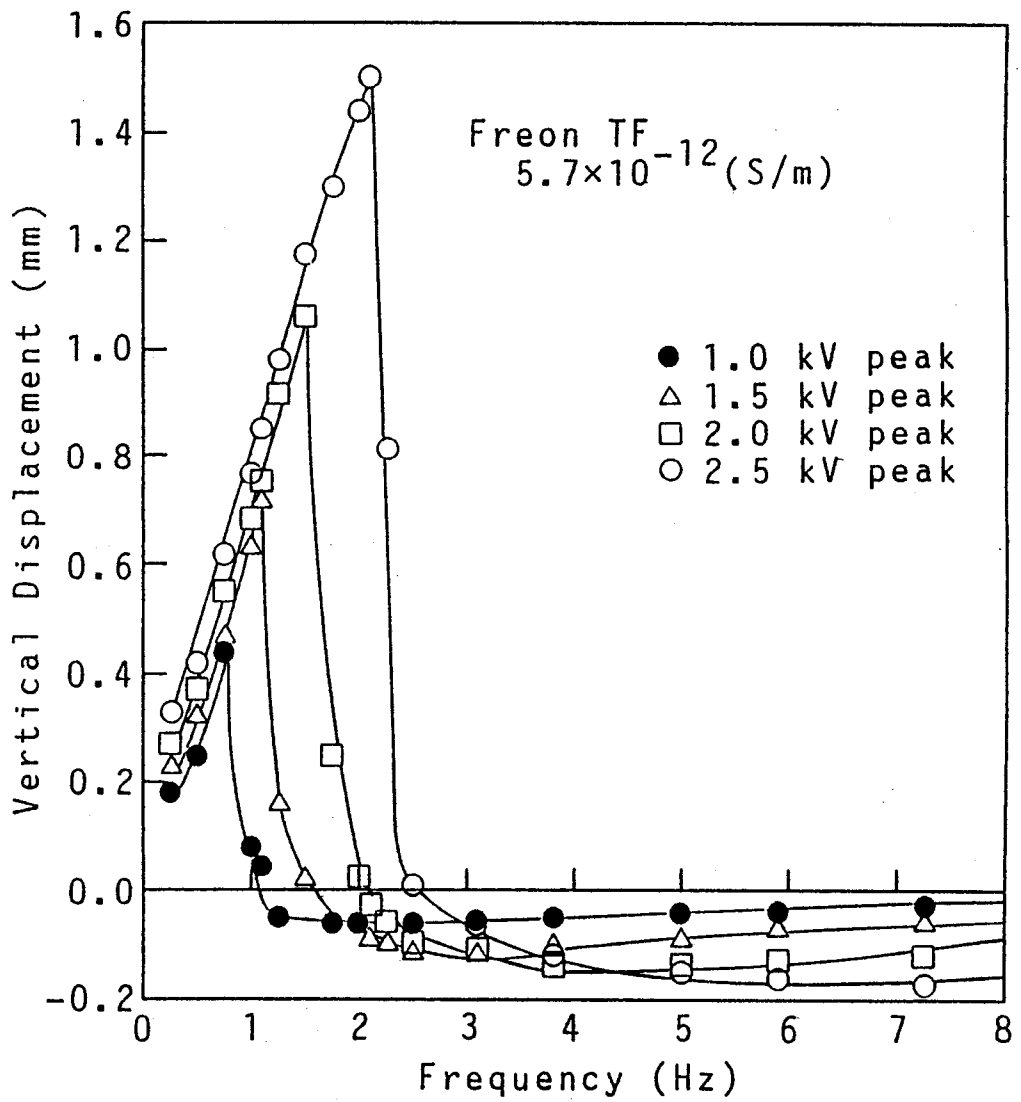


図 2.8 垂直変位の周波数特性 (順方向)⁽¹²⁾
 (フレオン)

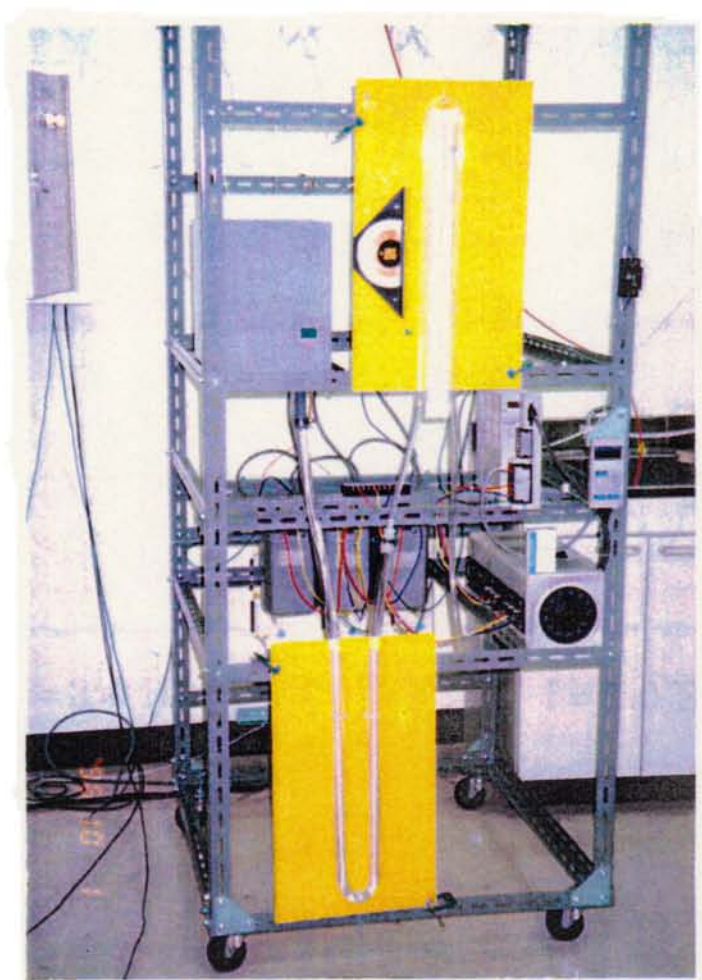
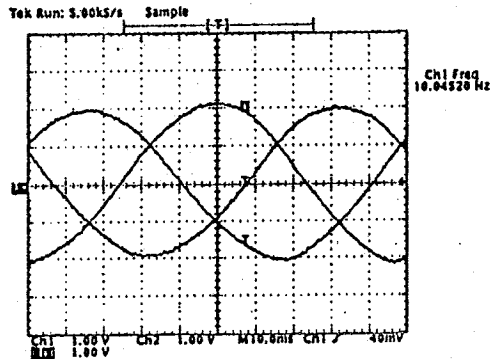
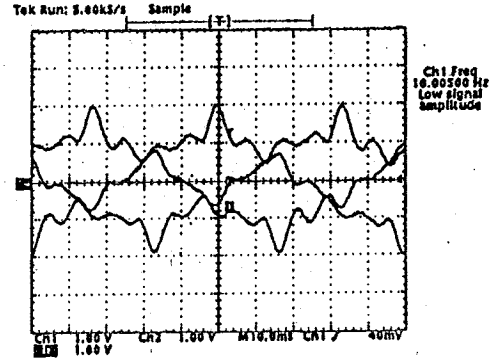


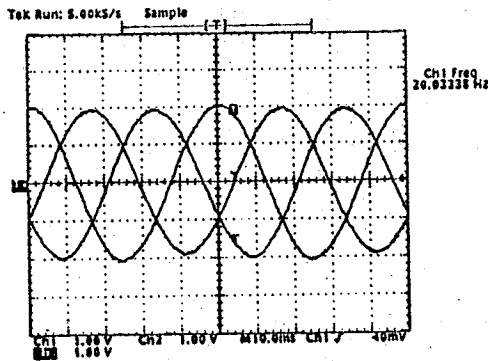
図 2.9 3相進行波電界によるEHD液体ポンピング制御装置
(簡易型電源)



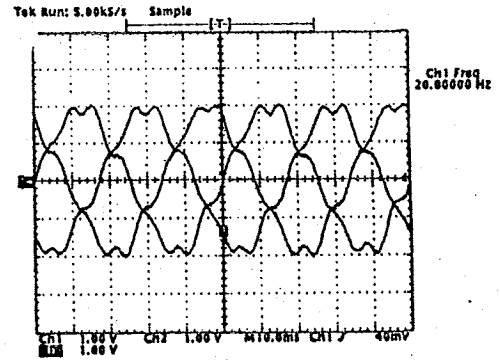
$f = 10 \text{ Hz}$



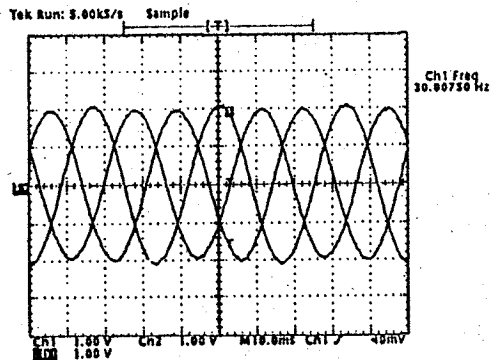
$f = 10 \text{ Hz}$



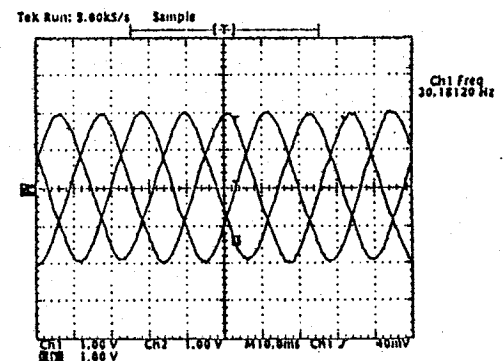
$f = 20 \text{ Hz}$



$f = 20 \text{ Hz}$



$f = 30 \text{ Hz}$



$f = 30 \text{ Hz}$

(a) 従来型電源

(b) 簡易型電源

図 2.10 3相高圧電源による電圧波形比較 ($V = 4 \text{ kV}$)

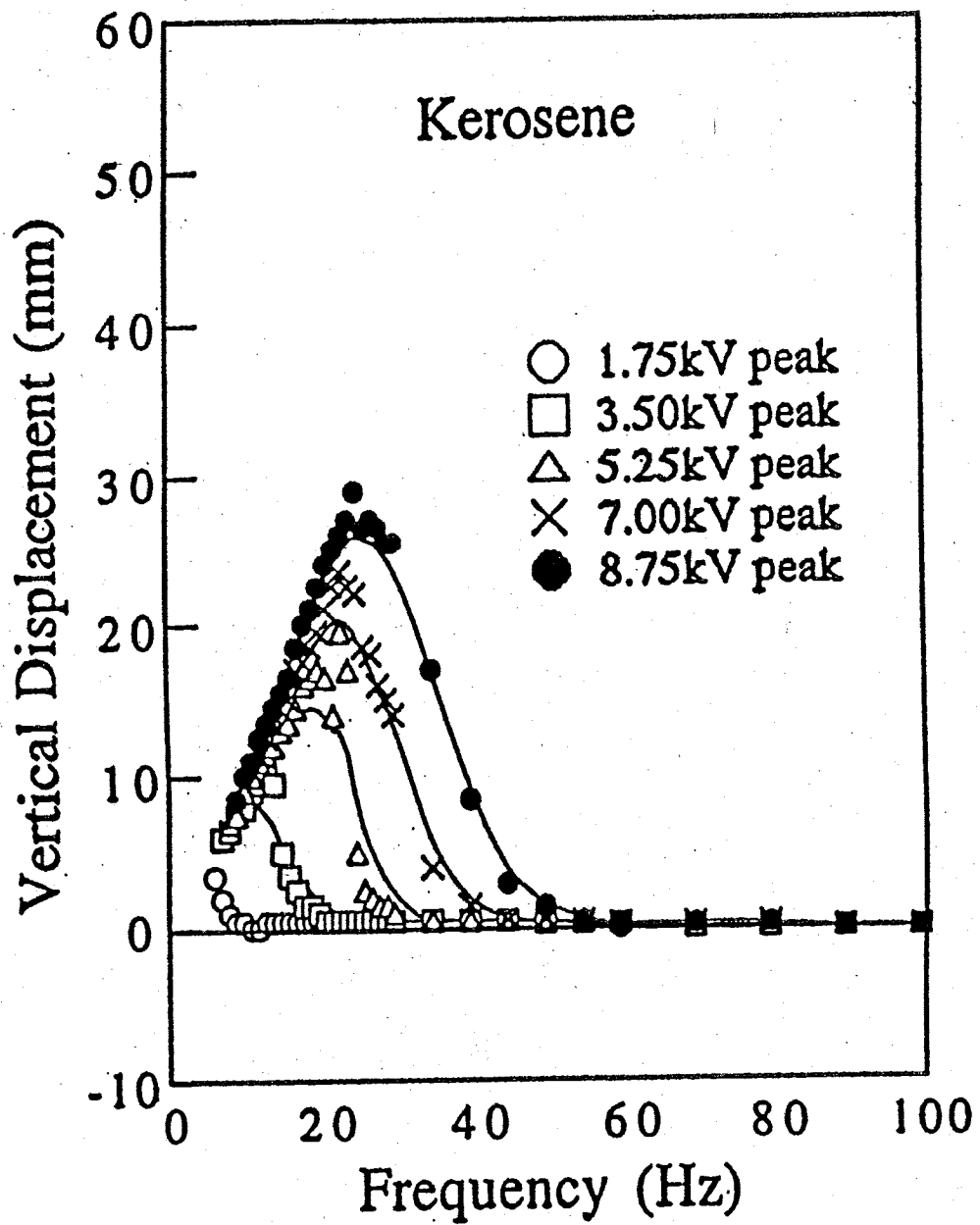


図 2.11 (a) 簡易型電源による垂直変位の周波数特性 (順方向)
(灯油)

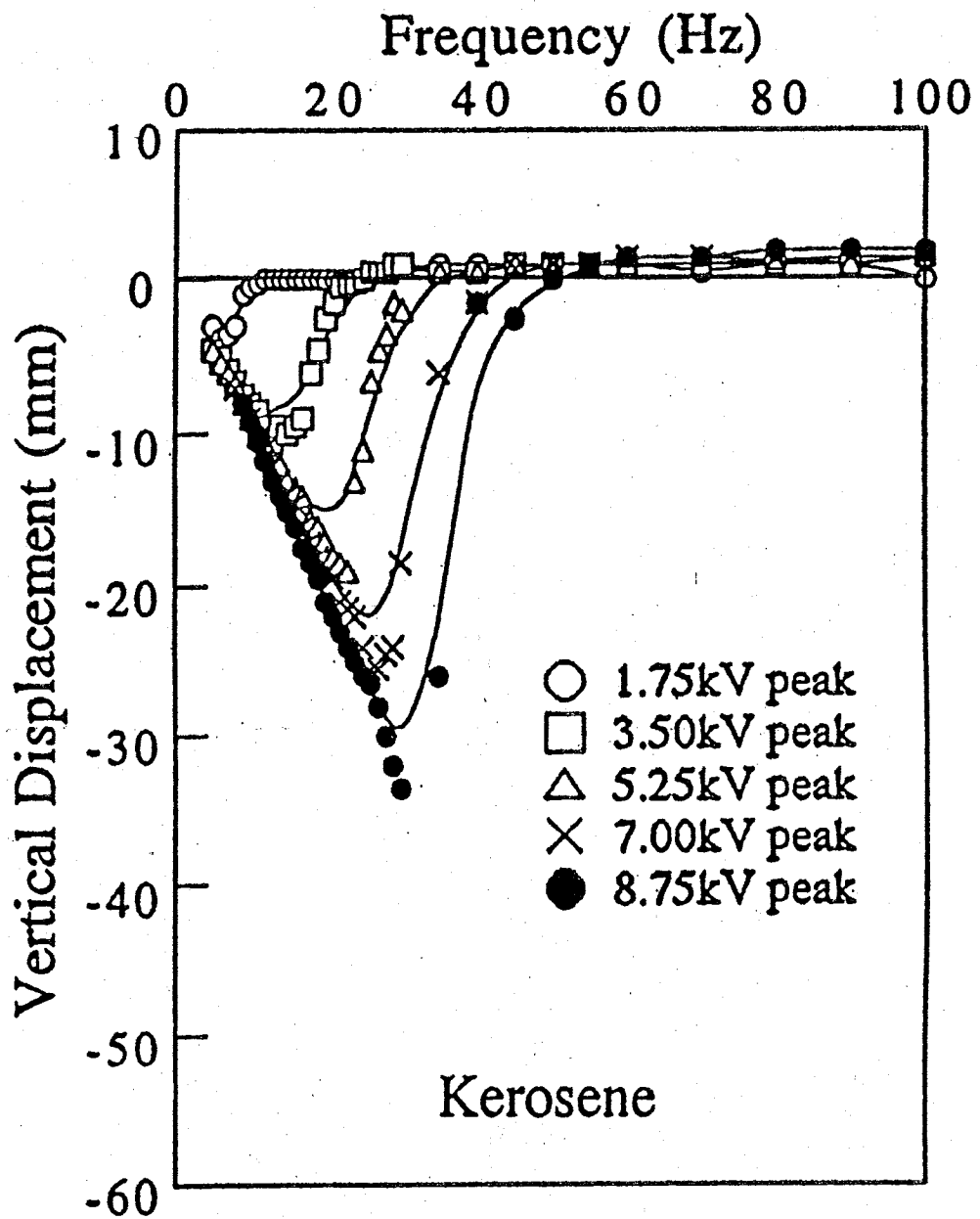


図 2.11 (b) 簡易型電源による垂直変位の周波数特性 (逆方向)
(灯油)

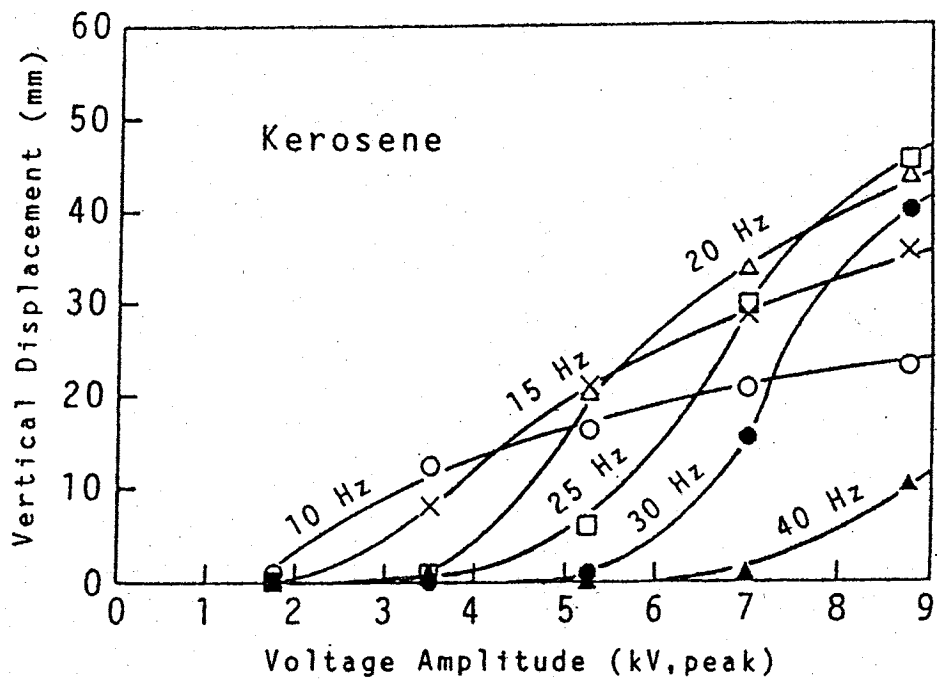


図 2.12 垂直変位の印加電圧特性 (順方向)
(灯油)

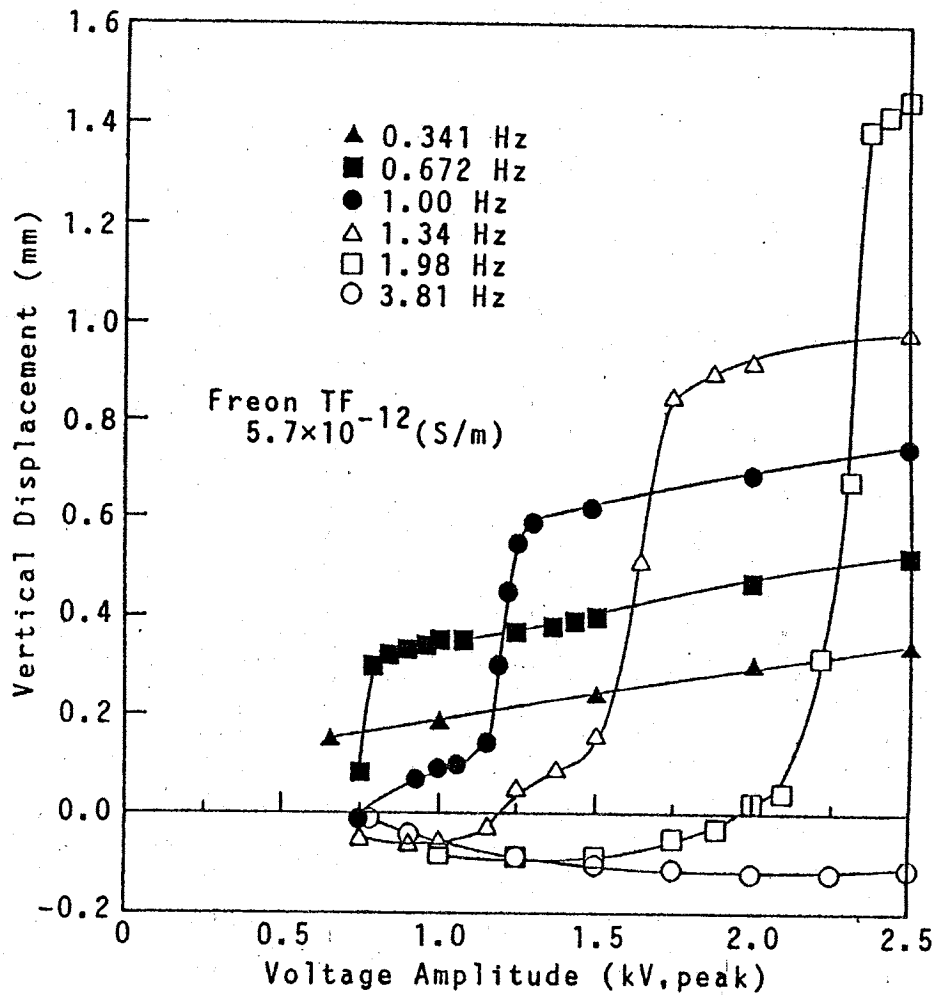


図 2. 1 3 垂直変位の印加電圧特性 (順方向)⁽¹²⁾
 (フレオン)

2.3.3 導電率に対する垂直変位の周波数特性

J.R.Melcherらによってなされた印加電圧を一定に保ち、添加物（帯電防止剤）で液体の導電率を変化させた場合の、EHD液体ポンピング制御の周波数特性を図2.14に示す。

2.3.4 導電率に対するイオンの最大変位の緩和時間と通常移動時間との比

また、J.R.Melcherらは液体中のイオンの導電率と垂直変位との関係も実験的に求め、図2.15のような結果を得ている。すなわち、液体中のイオンの緩和時間 τ_r と通常移動時間 τ_m の比が、同程度になる時に最大垂直変位が発生している。J.R.Melcherらは、イオンの挙動に関する詳細な解析を行っているが、これらの特異なEHD液体ポンピング特性を説明しうる理論には至っていない。

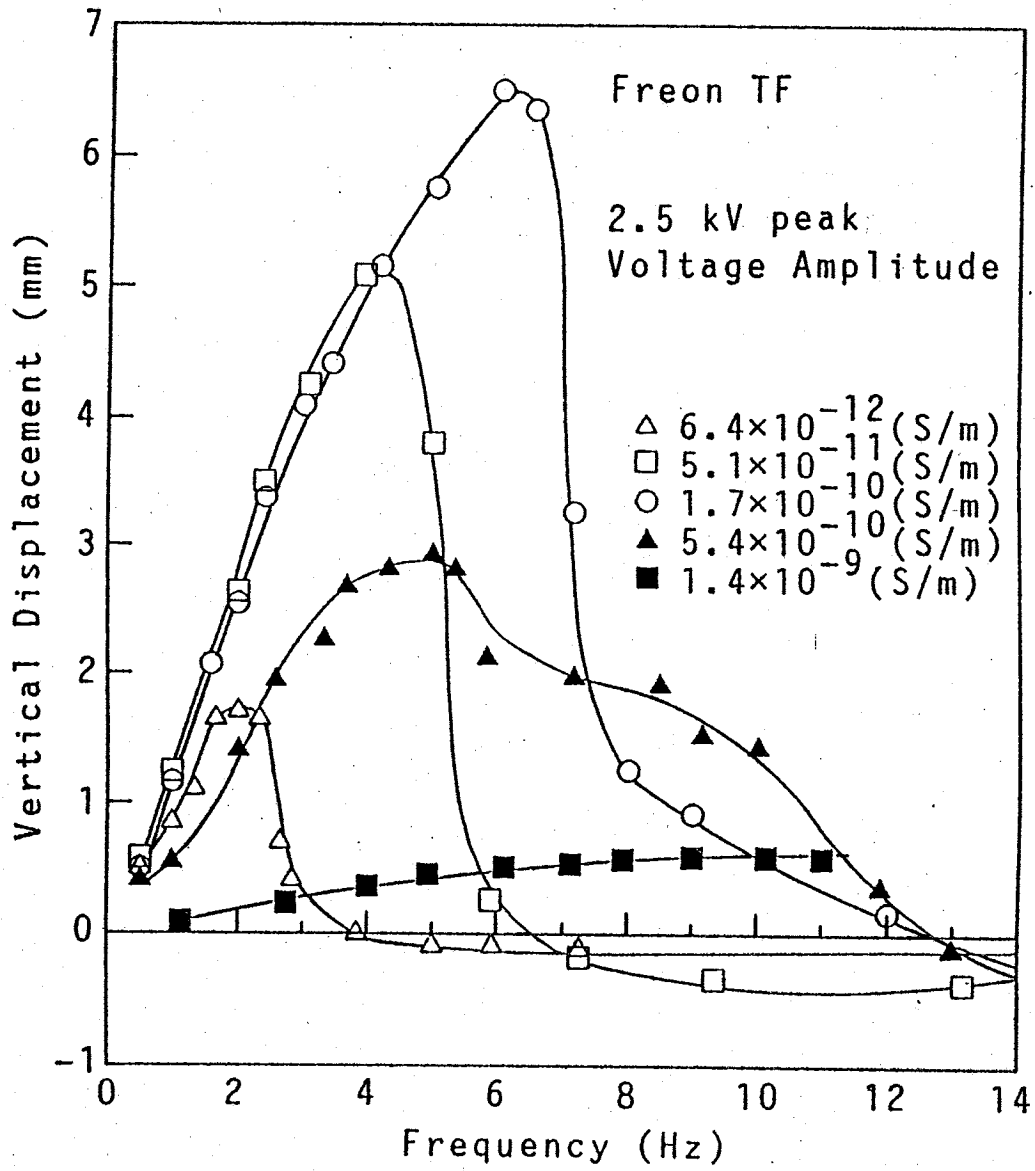


図 2.14 導電率に対する垂直変位の周波数特性 (順方向) ⁽¹²⁾
(フレオン)

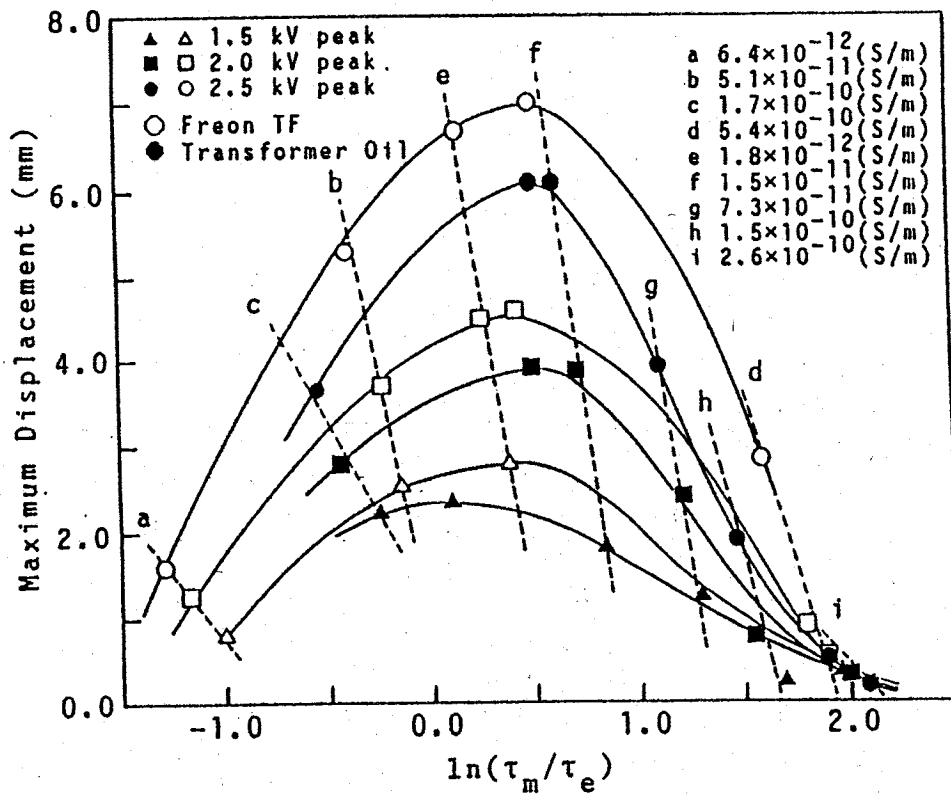


図 2.15 導電率に対するイオンの最大変位の緩和時間 τ_e と通常移動時間 τ_m との比 $\ln(\tau_m/\tau_e)$ への依存性⁽¹²⁾
 (フレオン, トランス油)

2.4 理論的考察

2.4.1 EHD効果の一般論

EHD効果が発生するためには、液体中に不均一な電荷分布の存在が必要となる⁽²⁵⁾。この結論は次のように導かれている。

EHD効果の本質は電気泳動力 \mathbf{F}_v であり、その結果生ずる液体内部の圧力 P が議論の対象となる。流体が完全に静止していると、この2つの量の間には次の関係が成り立つ。

$$\mathbf{F}_v = \nabla P \quad [\text{N/m}^3] \quad (2.1)$$

ただし、

$$\mathbf{F}_v = q_v \mathbf{E} \quad (2.2)$$

q_v : 液体中の体積電荷密度 $[\text{C/m}^3]$

\mathbf{E} : 液体中の電界 $[\text{V/m}]$

∇ : 演算子 grad

液体が平衡静止状態を保つためには、次の関係が必要となる。

$$\nabla \times \mathbf{F}_v = \nabla \times (\nabla P) = 0 \quad (2.3)$$

一方、(2.3)式は(2.2)式の関係により

$$\nabla \times \mathbf{F}_v = (\nabla q_v) \times \mathbf{E} + q_v (\nabla \times \mathbf{E}) \quad (2.4)$$

となる。

ここで、静電界の性質 ($\text{rot} \mathbf{E} = 0$) を考慮すると、

$$\nabla \times \mathbf{F}_v = (\nabla q_v) \times \mathbf{E} \quad (2.5)$$

となり、液体中の電荷分布が空間的に不均一であれば、(2.5)式の右辺で、液体は完全に静止せずに液体内部で渦運動が発生することになる。

すなわち、

$$\nabla q_v \neq 0 \quad (2.6)$$

この(2.6)式が、EHD効果の現れる必要条件となる。

電気泳動力 \mathbf{F}_v と外力としての重力 \mathbf{F}_g が作用している液体の運動方程式は、一般的には次のNavier-Stokesの方程式で表される。

$$\rho_m \left(\frac{\partial \mathbf{V}_m}{\partial t} + \mathbf{V}_m \cdot \nabla \mathbf{V}_m \right) = \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_g - \nabla P + \mu_m \nabla^2 \mathbf{V}_m \quad (2.7)$$

ここで、

ρ_m	: 液体の密度	[kg/m ³]
μ_m	: 液体の粘性係数	[Ns/m ³]
\mathbf{V}_m	: 液体の運動速度	[m/s]
P	: 液体の圧力	[N/m ²]
\mathbf{F}_v	: 電気泳動力	[N/m ³]
\mathbf{F}_g	: 重力	[N/m ³]

2.4.2 EHD液体ポンピングの運動方程式

管内の流れを考慮すると一般的には、(2.7)式のようなNavier-Stokesの式になるが、EHD液体ポンピングにおいては、管内の全体的な流れはないが、厳密に考えると電極近傍の局所的な所では流れがあると考えられる。したがって、ここでは、実際のEHD液体ポンピング現象における運動方程式を(2.7)式から考えてみる。したがって、液体中の渦運動のような局所的な運動を解析するためには、(2.7)式を解く必要がある。しかし、本節では、流体が巨視的には静止しているとし、 $\mathbf{V}_m = 0$ と考えると、 $\mathbf{F}_v + \mathbf{F}_g - \nabla P = 0$ となる。

さらに、電気泳動力 \mathbf{F}_v は時間的に変動する交流電界によって発生するので、この場合は瞬時値ではなく 1 周期 T の時間平均値をとる必要がある。すなわち、

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle \equiv \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{F}_v dt \quad (2.8)$$

2.4.3 進行波電界による EHD 現象解析モデル (仮定 1 ~ 3)

実際の EHD ポンピング素子内の液体運動方程式を厳密に論ずることは今後の課題とする。ここでは、実験的に得られた現象の本質を記述できる単純化されたモデルと物理的に見て妥当と思われる 3 つの仮定について述べる。

(仮定 1)

絶縁性液体中には、図 2.16 に示す座標系について、次の (2.9) 式で表せるような電位分布 U を与える仮想的な無限長線電極列の存在を仮定する。

$$U(x, y, t) = V \cdot \exp(-k|x|) \cdot \cos(ky - \omega t) \quad (2.9)$$

ただし、

$k = 2\pi/3p$: 波数	$[m^{-1}]$
V	: 相電圧の波高値	$[V]$
ω	: 電源角周波数	$[rad/s]$
p	: 電極間ピッチ	$[m]$
t	: 時間	$[s]$

また、液体中には次の平面進行波電界が形成される。

$$\begin{aligned} E_x &= -\partial U / \partial x \\ &= k V \cdot \exp(-k |x|) \cdot \cos(ky - \omega t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} E_y &= -\partial U / \partial y \\ &= k V \cdot \exp(-k |x|) \cdot \sin(ky - \omega t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

(仮定 2)

この進行波電界を形成する仮想線電極列の $x=0$ 面より、電位 $U(x, y, t)$ に比例した空間的に不均一な電荷密度が、比誘電率 ϵ_m の液体中に誘導される。

$$q_v = \beta \rho_i \quad [\text{C/m}^3] \quad (2.12)$$

ただし、 ρ_i は、図 2.16 の $x-y$ 平面に対して垂直方向 (z -方向) の単位長当りの誘導線電荷密度で次式で与えられるものとする。

$$\rho_i = 4\pi\epsilon_0\epsilon_m V \cdot \exp(-k|x|) \cdot \cos(ky - \omega t - \phi) \quad (2.13)$$

ここで、 ϕ は誘導電荷と電極電位との位相差で次式で表し、

$$\phi = \tau_m \omega \quad (2.14)$$

τ_m は、イオンの電極間移動時間で次式で計算する。

$$\tau_m = p / (b k V) \quad (2.15)$$

ここで、

b : イオン移動度 $[\text{m}^2/\text{V}\cdot\text{s}]$

また、 β は、デバイ長 L_D と電極間ピッチ p の関数で、面積の逆数のディメンジョンを持つ次式で与える。

$$\beta = \left(1/L_D^2 \right) \cdot \exp \left(-p/L_D \right) \quad [1/m^2] \quad (2.16)$$

$$L_D = \sqrt{\epsilon_0 \epsilon_m D / \sigma_m} \quad [m] \quad (2.17)$$

ここで、

D : 液体の拡散係数 $[m^2/s]$

σ_m : 液体の導電率 $[S/m]$

このように β は、誘導線電荷密度 ρ_l を空間的な体積電荷密度に変換する係数で、デバイ長 L_D と電極間ピッチ p によって補正を加えたものである。

(仮定 3)

電気泳動力の時間平均 $\langle \mathbf{F}_v \rangle$ はこの誘導線電荷密度 ρ_l と電界 \mathbf{E} より直ちに求められるが、イオン運動の周波数応答性を考慮し、電極間のイオン移動時間 τ_m と電源角周波数 ω の積で決まる次の周波数減衰係数 γ を導入する。

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle = \gamma \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{F}_v dt \quad (2.18)$$

$$\gamma = \exp \left(-\eta \omega \tau_m / 2\pi \right) \quad (2.19)$$

ただし、

η : 任意の定数 (通常 2 ~ 6 程度)

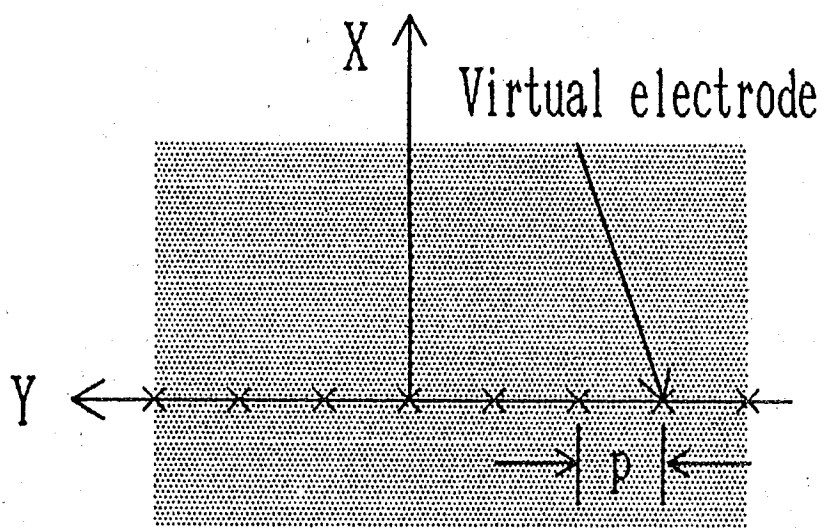


図 2. 1 6 進行波電界を形成する仮想線電極列

2.4.4 EHD液体ポンピング制御特性の定式化

以上の仮定のもとに電気泳動力の時間平均値 $\langle \mathbf{F}_v \rangle$ の x , y 成分を求める。

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle_x = \gamma \cdot \frac{1}{2\pi/\omega} \int_0^{2\pi/\omega} F_{vx} \cdot dt \quad (2.20)$$

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle_y = \gamma \cdot \frac{1}{2\pi/\omega} \int_0^{2\pi/\omega} F_{vy} \cdot dt \quad (2.21)$$

ここで,

$$\begin{aligned} F_{vx} &= q_v E_x \\ &= \beta \rho_i \cdot E_x \\ &= 4\pi \epsilon_0 \epsilon_m k \cdot \beta \cdot V^2 \exp(-2k|x|) \cos(ky - \omega t) \cos(ky - \omega t - \phi) \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} F_{vy} &= q_v E_y \\ &= \beta \rho_i \cdot E_y \\ &= 4\pi \epsilon_0 \epsilon_m k \cdot \beta \cdot V^2 \exp(-2k|x|) \sin(ky - \omega t) \cos(ky - \omega t - \phi) \end{aligned} \quad (2.23)$$

なので, (2.22), (2.23) 式をそれぞれ (2.20), (2.21) 式に代入して計算する。

いま, 計算の都合上,

$$A = 4\pi \epsilon_0 \epsilon_m k \cdot \beta \cdot V^2 \exp(-2k|x|) \quad (2.24)$$

とおくと,

$$F_{vx} = A \cdot \cos(ky - \omega t) \cos(ky - \omega t - \phi) \quad (2.25)$$

$$F_{vy} = A \cdot \sin(ky - \omega t) \cos(ky - \omega t - \phi) \quad (2.26)$$

以下、時間平均 $\langle \mathbf{F}_v \rangle_x$ および $\langle \mathbf{F}_v \rangle_y$ を求める。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_v \rangle_x &= \gamma \cdot \frac{1}{2\pi/\omega} \int_0^{2\pi/\omega} F_{vx} \cdot dt \\ &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos(ky - \omega t) \cdot \cos(ky - \omega t - \phi) dt \end{aligned} \quad (2.27)$$

加法定理より、

$$\begin{aligned} &\cos(ky - \omega t) \cdot \cos(ky - \omega t - \phi) \\ &= \cos \phi - \frac{1}{2} [\cos \phi - \cos \{ 2(ky - \omega t) - \phi \}] \\ &= \frac{1}{2} \cos \phi + \frac{1}{2} \cos \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} \end{aligned} \quad (2.28)$$

したがって、 $\langle \mathbf{F}_v \rangle_x$ は、(2.27) 式より

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle_x = \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left[\frac{1}{2} \cos \phi + \frac{1}{2} \cos \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} \right] dt \quad (2.29)$$

ここで、この式の右辺の第1項および第2項の積分は次のようになる。

第1項は、

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{1}{2} \cos \phi dt &= \frac{1}{2} \cos \phi [t]_0^{2\pi/\omega} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \cdot \cos \phi \\ &= \frac{\pi}{\omega} \cos \phi \end{aligned} \quad (2.30)$$

第2項は、

$$\int_0^{2\pi/\omega} \frac{1}{2} \cos \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} dt = 0 \quad (2.31)$$

結局、求める $\langle \mathbf{F}_v \rangle_x$ は、(2.27)、(2.29)、(2.30)、(2.31) 式より

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_v \rangle_x &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos(ky - \omega t) \cdot \cos(ky - \omega t - \phi) dt \\ &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left[\frac{1}{2} \cos \phi + \frac{1}{2} \cos \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} \right] dt \\ &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \left(\frac{\pi}{\omega} \cos \phi \right) \\ &= \gamma \cdot \frac{A}{2} \cos \phi \end{aligned} \quad (2.32)$$

同様にして、時間平均 $\langle \mathbf{F}_v \rangle_y$ を求める。

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_v \rangle_y &= \gamma \cdot \frac{1}{2\pi/\omega} \int_0^{2\pi/\omega} F_{vy} \cdot dt \\ &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sin(ky - \omega t) \cdot \cos(ky - \omega t - \phi) dt \end{aligned} \quad (2.33)$$

加法定理より、

$$\begin{aligned} &\sin(ky - \omega t) \cdot \cos(ky - \omega t - \phi) \\ &= \sin \phi + \frac{1}{2} [\sin \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} - \sin \phi] \\ &= \frac{1}{2} \sin \phi + \frac{1}{2} \sin \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} \end{aligned} \quad (2.34)$$

したがって、 $\langle \mathbf{F}_v \rangle_x$ は、(2.33) 式より

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle_y = \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left[\frac{1}{2} \sin \phi + \frac{1}{2} \sin \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} \right] dt \quad (2.35)$$

ここで、この式の右辺の第1項および第2項の積分は次のようになる。

第1項は、

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{1}{2} \sin \phi \cdot dt &= \frac{1}{2} \sin \phi [t]_0^{2\pi/\omega} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \cdot \sin \phi \\ &= \frac{2\pi}{\omega} \sin \phi \end{aligned} \quad (2.36)$$

第2項は、

$$\int_0^{2\pi/\omega} \frac{1}{2} \sin \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} dt = 0 \quad (2.37)$$

結局、求める $\langle \mathbf{F}_v \rangle_x$ は、(2.33)、(2.35)、(2.36)、(2.37) 式より

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{F}_v \rangle_y &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sin(ky - \omega t) \cdot \cos(ky - \omega t - \phi) dt \\ &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left[\frac{1}{2} \sin \phi + \frac{1}{2} \sin \{ 2(ky - \omega t) - \phi \} \right] dt \\ &= \gamma \cdot \frac{A\omega}{2\pi} \left(\frac{\pi}{\omega} \cdot \sin \phi \right) \\ &= \gamma \cdot \frac{A}{2} \sin \phi \end{aligned} \quad (2.38)$$

∴ (2.32), (2.38) 式より,

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle_x = 2\pi \epsilon_0 \epsilon_m k \cdot \beta \cdot \gamma \cdot V^2 \cdot \exp(-2k|x|) \cos \phi \quad (2.39)$$

$$\langle \mathbf{F}_v \rangle_y = 2\pi \epsilon_0 \epsilon_m k \cdot \beta \cdot \gamma \cdot V^2 \cdot \exp(-2k|x|) \sin \phi \quad (2.40)$$

ここで, 重力加速度 g の方向を図 2.16 の x 軸の負の方向にとり, (2.7)式と(2.8)式よりを x , y 成分で表現すると,

$$\rho_m V_x \cdot \partial V_x / \partial x = \langle \mathbf{F}_v \rangle_x - \rho_m g - \partial P / \partial x + \mu_m \nabla^2 V_x \quad (2.41)$$

$$\rho_m V_y \cdot \partial V_x / \partial y = \langle \mathbf{F}_v \rangle_y - \partial P / \partial y + \mu_m \nabla^2 V_y \quad (2.42)$$

なお, V_x , V_y は, 液体の運動速度 \mathbf{V}_m の各 x , y 成分である.

さらに, 定常的平衡状態 ($V_x = V_y = 0$) で, 電気泳動力 \mathbf{F}_v と重力 \mathbf{F}_g とのバランスを考えると(2.41), (2.42)式は次のように簡略化される.

$$\partial P / \partial x = \langle \mathbf{F}_v \rangle_x - \rho_m g \quad (2.43)$$

$$\partial P / \partial y = \langle \mathbf{F}_v \rangle_y \quad (2.44)$$

ここでは, x 成分が興味の対象であり, (2.43)式に(2.44)式を代入し積分すると圧力 P に関する次式が得られる.

$$P = - \left(\pi \epsilon_0 \epsilon_m \beta \gamma \cdot V^2 \cos \phi \cdot \exp(-2k|x|) - \rho_m g x \right) \quad (2.45)$$

さらに, 積分定数を省略し, 仮想電極列面 ($x=0$) での圧力を ($+\rho_m g$) で規格化すると, 垂直変位 (m -単位) に関する次式となる.

$$P_{0x} = -\pi \epsilon_0 \epsilon_m \cdot \beta \cdot \gamma \cdot V^2 \cos \phi / \rho_m g \quad (2.46)$$

この (2.46) 式の β , γ に, それぞれ (2.16), (2.19) 式を代入すると, 電気泳動力 \mathbf{F}_v によって発生する垂直変位 (圧力上昇) を, 液体の各種物性値, 電極定数および駆動電源の条件と結び付けることができる.

$$P_{0x} = -\pi \epsilon_0 \epsilon_m \left\{ \frac{1}{L_D^2} \cdot \exp(-p/L_D) \right\} \cdot \exp(-\eta \omega \tau_m / 2\pi) V^2 \cos \phi / \rho_m g \quad (2.47)$$

2.5 計算機シミュレーション結果および検討

ここで、絶縁性液体として、灯油の物性値を用いて、(2.47)式よりEHD特性を具体的に求める。

比誘電率	: $\epsilon_m = 3$	[-]
イオン移動度	: $b = 1 \times 10^{-8}$	[$m^2 / V \cdot s$]
密度	: $\rho_m = 900$	[kg/m^3]
導電率	: $\sigma_m = 5 \times 10^{-14}$	[S/m]
拡散係数	: $D = 7 \times 10^{-10}$	[m^2/s]
その他	: $N = 6$	[-]

2.5.1 垂直変位の周波数および印加電圧特性

図2.17に、印加電圧（相電圧波高値）をパラメータとした周波数特性を示す。また、図2.18に周波数をパラメータとした印加電圧特性を示す。これらは、計算モデルが非常に単純化され、また、実験的あるいは物性論的に検証されていない仮定を含むために、得られた数値の大きさを議論できる段階ではないが、実験で得られた図2.6(a)、および図2.12の特徴を良く表している。また、J.R.Melcherらの実験（図2.8、および図2.13）の特徴とも一致している。

2.5.2 垂直変位に対する導電率の影響

次に、垂直変位に対する導電率の影響として、灯油での実験は行っていないが、帯電防止剤を添加し、導電率 σ_m を制御した場合を想定した特性計算を示す。導電率 σ_m は、 $10^{-17} \sim 10^{-13}$ S/mの範囲で計算した結果、図2.19のようになった。

これは、J.R.Melcherらが実験的に指摘しているように、導電率 σ_m が極端に低くとも、また高くとも垂直変位は低くなっている。これは、おそらく σ_m の関数であるデバイ長 L_D の影響と思われる。(図2.14参照)

2.5.3 イオン緩和時間とイオン移動時間との比が最大垂直変位に与える影響

液体のイオン緩和時間 τ_e は、次式で与えられる。

$$\tau_e = \epsilon_0 \epsilon_m / \sigma_m \quad (2.48)$$

また、イオン移動時間 τ_m は、(2.15)式で定義した量である。この両者の比の対数 $\ln(\tau_m / \tau_e)$ と、最大垂直変位の関係を図2.20に示す。

灯油で、このような関係の実験データは無いが、J.R.Melcherらの実験結果図2.15と比較すると、その特徴をよく表している。ただ、J.R.Melcherらの実験結果では、 $\ln(\tau_m / \tau_e) = 0.5$ 、すなわち、 τ_e と τ_m が同程度の時に最大垂直変位が得られている。しかしながら、図2.20の計算結果では、 $\ln(\tau_m / \tau_e) = -1.2$ であり、これは、解析モデルと導入した仮定の単純さにあると思われる。この不一致の解決は、今後の課題とする。

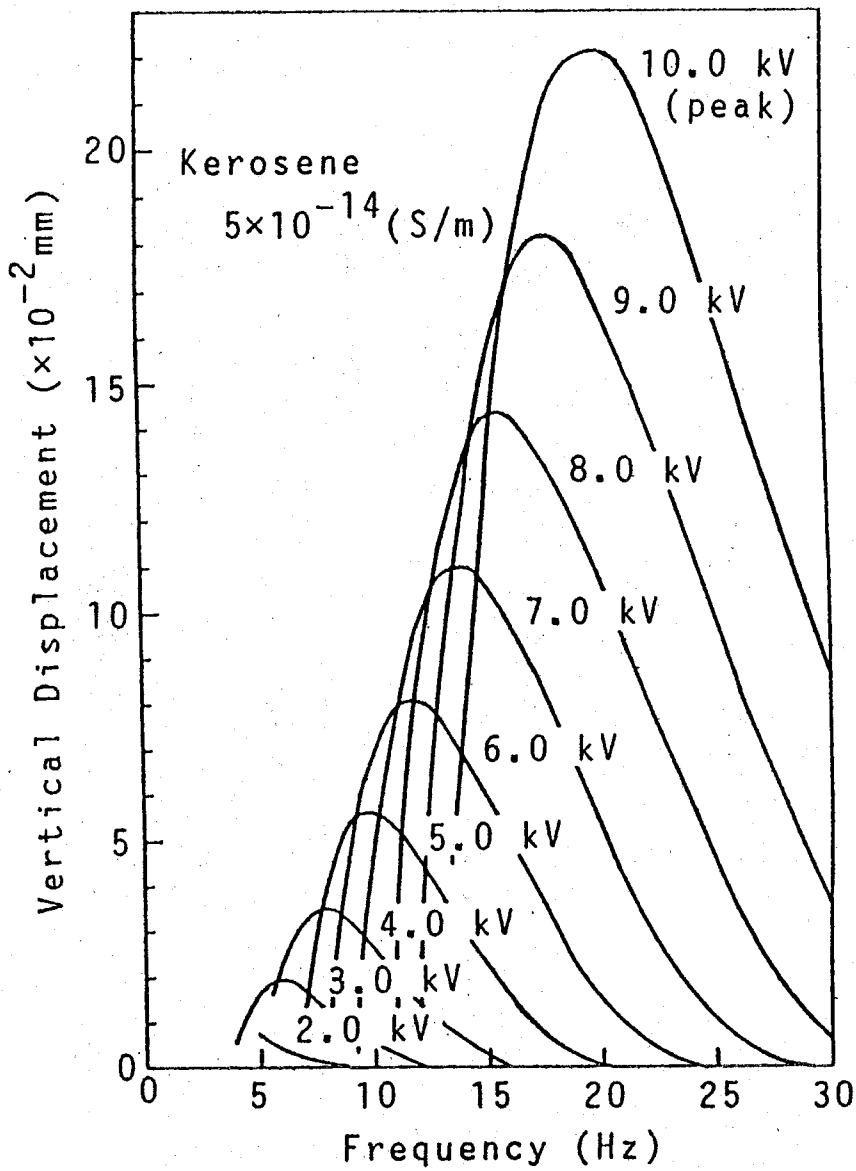


図 2. 1 7 垂直変位の周波数特性 (計算値)
 (灯油)

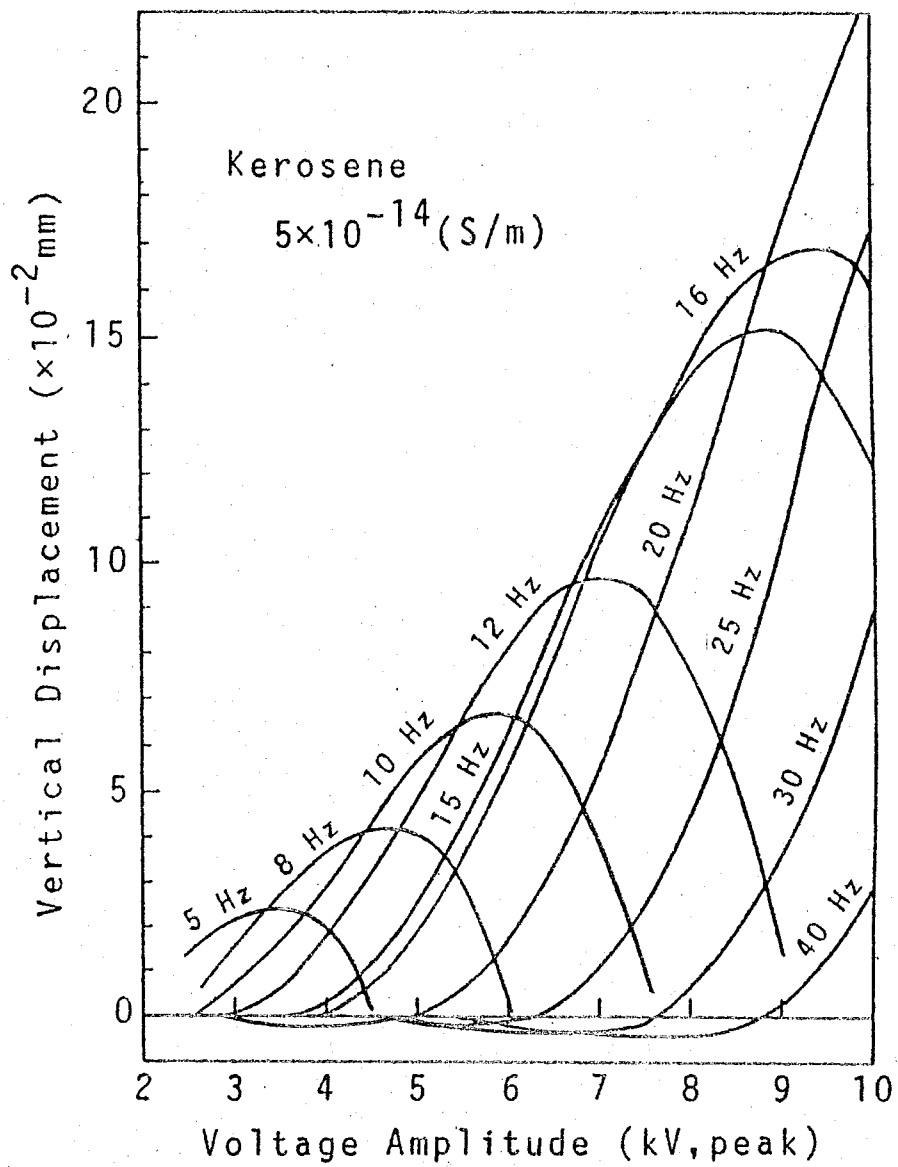


図 2.18 垂直変位の印加電圧特性 (計算値)
(灯油)

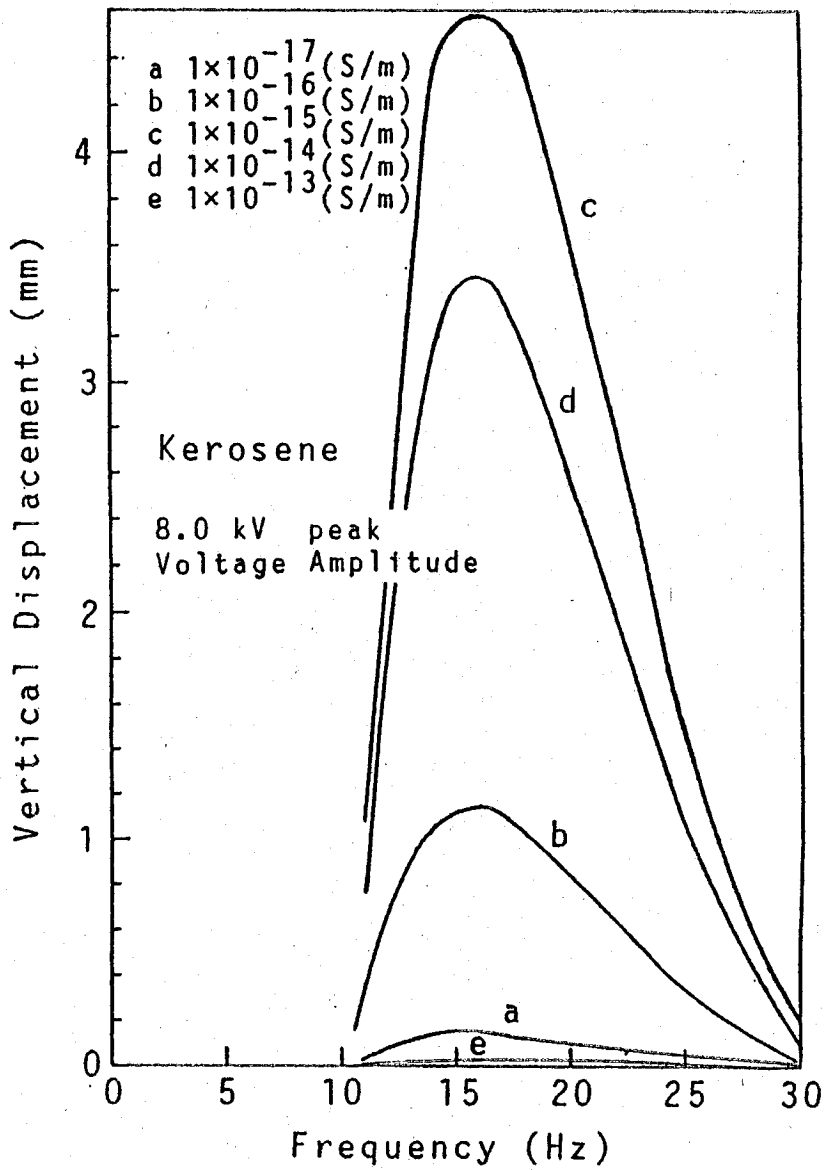


図 2.19 導電率に対する垂直変位の周波数特性 (計算値)
 (灯油)

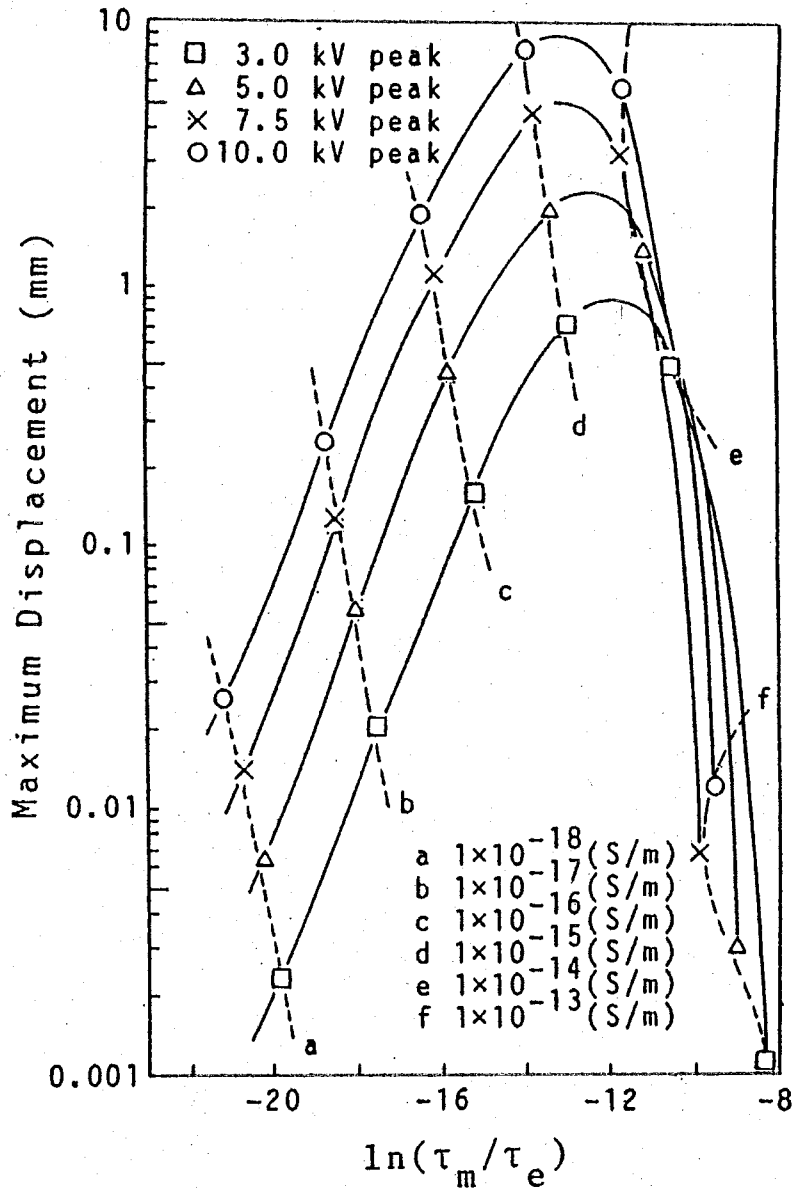


図 2. 2 0 導電率に対するイオンの最大変位の緩和時間 τ_e と
 通常移動時間 τ_m との比 $\ln(\tau_m/\tau_e)$ への依存性 (計算値)
 (灯油)

2.6 イオンの挙動

2.6.1 誘導電荷の時間変化と空間分布

液体中には電極列への印加電圧に比例し、かつ位相差のある空間的・時間的に不均一な電荷が誘導されると仮定した。

(2.12)式で表現される電荷を図2.21に示す。

ただし、

$$f = 15 \quad [\text{Hz}]$$

$$V = 1,000 \quad [\text{V}]$$

$$\sigma_m = 5 \times 10^{-14} \quad [\text{s/m}]$$

として、電源の変化も v として併記してある。注入電荷の実効値は、

$$q_v \equiv q_{v,\text{max}} / \sqrt{2} \doteq 24 \quad [\mu\text{c/m}^3/\text{kv}]$$

となる。通常の実験の $V = 10000\text{V}$ で換算すると、

$$q_v \equiv 240 \quad [\mu\text{c/m}^3]$$

となり、この値は、A.P.WashabughらのフレオンTFの実験値($\sim 700 [\mu\text{c/m}^3]$)とオーダー的に同程度である。

なお、この場合の位相差 ϕ は約 0.82 rad/s としている。

また、注入電荷の空間的な変化のパターンについて $\omega t = 0$, $\omega t = \pi/6$, $\omega t = \pi/2$ の各ステージを図2.22に示す。

なお、表示の文字や数値のラベリングは相対的なものであり、次のような電荷領域を目安として示す。

- 0ゼロ電荷領域
- 1, 2, 3小電荷領域
- 4, 5, 6, 7中電荷領域
- 8, 9, %高電荷領域

また、正電荷領域及び負電荷領域は交互に存在している。

図2.22より各領域は、時間的な推移とともに移動している様子が明瞭に確認できる。

$f = 15\text{Hz}$
 $\sigma_m = 5 \times 10^{-14}\text{S/m}$
 $V = 1000\text{V}$

—x— $(x=0, y=0)$
 —o— $(x=0, y=p)$
 —△— $(x=0, y=2p)$

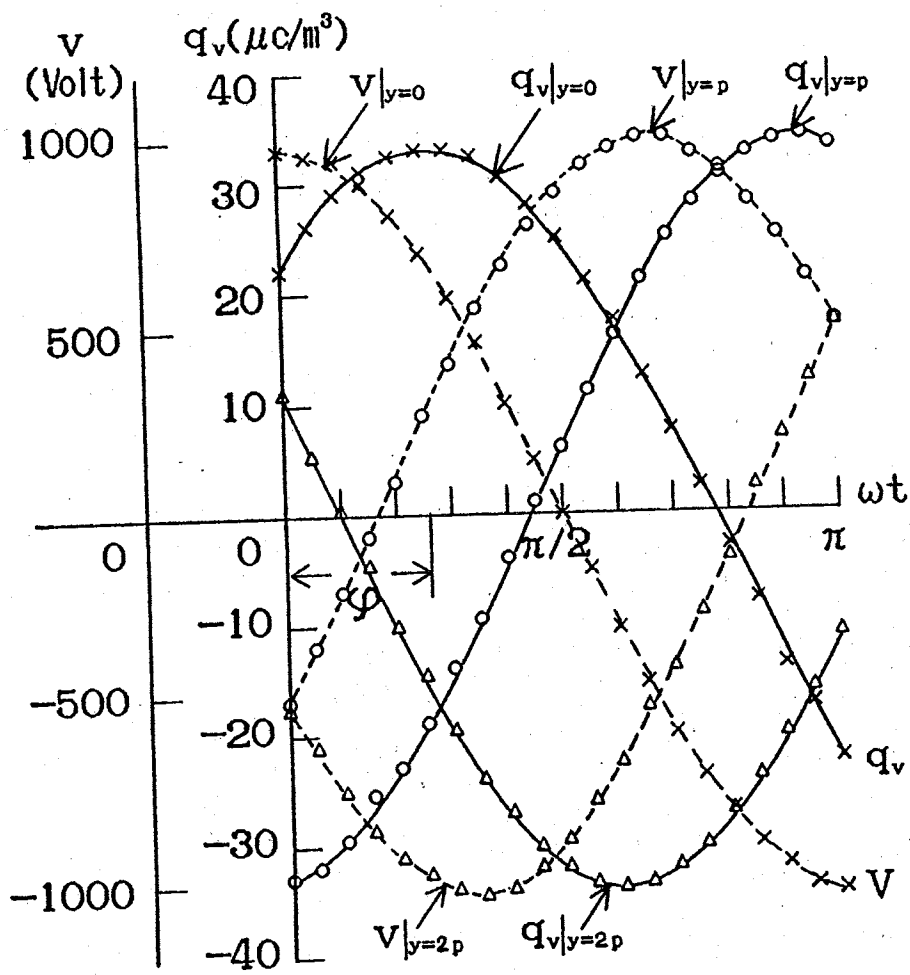
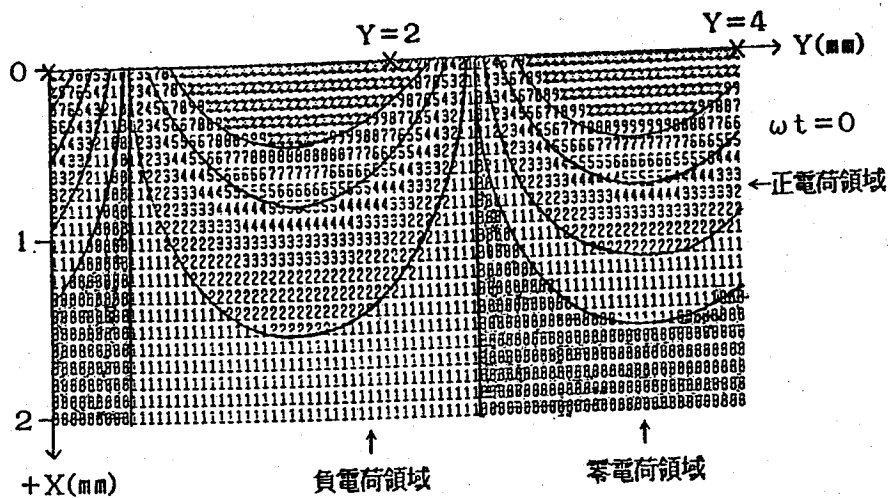
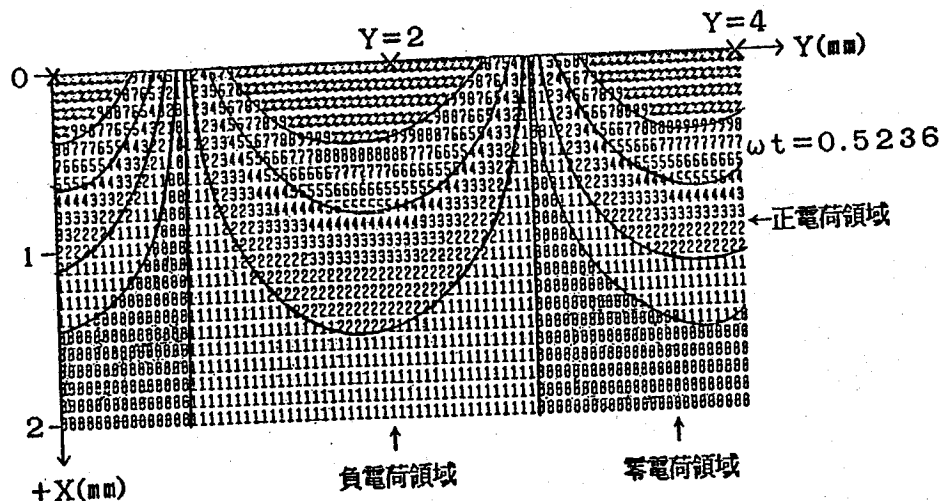


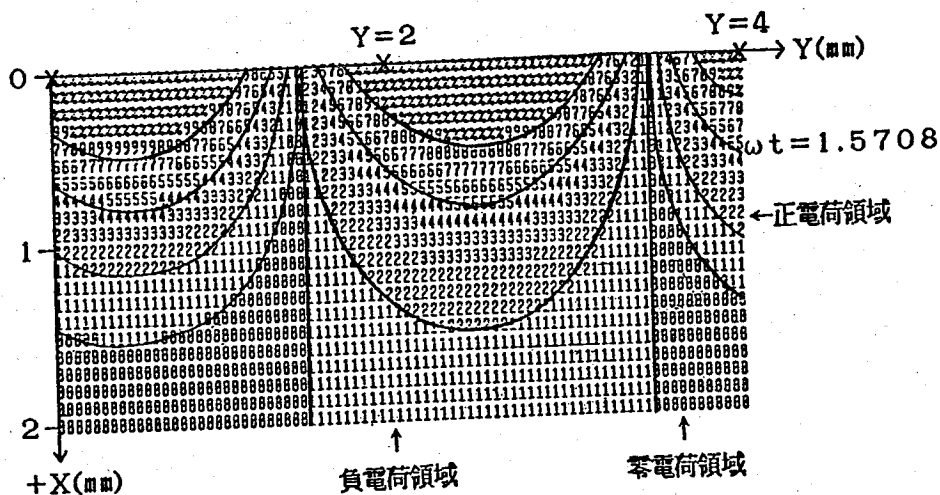
図 2.21 q_v の時間変化および位相差 ϕ の関係



(a) $\omega t = 0$



(b) $\omega t = \pi/6$



(c) $\omega t = \pi/2$

図 2.22 注入電荷の空間的な変化のパターン

2.6.2 イオン運動の計算機シミュレーション

EHD液体ポンピングの特異な周波数特性を理解する1つの手がかりとしては、液体中でのイオンの挙動を知ることが重要である。

液中では多数のイオンが存在し、相互に作用し合い実際にはその運動は複雑である。しかし、ここでは単一の単位正電荷 (+1 C) が、(2.9)式で表される電位分布が存在する液中で、どのような挙動を示すか計算機シミュレーションを行ってみた。

先ず、液体の速度を無視すると、正電荷の速度は次式で計算できる。

$$\frac{dx}{dt} = b \cdot k V e^{-k|x|} \cos(ky - \omega t) \quad (2.49)$$

$$\frac{dy}{dt} = b \cdot k V e^{-k|x|} \sin(ky - \omega t) \quad (2.50)$$

ただし、 b は正電荷の移動度 [m/s/v/m] とする。

ここで、

$$b = 1 \times 10^{-8} \quad [\text{m/s/v/m}]$$

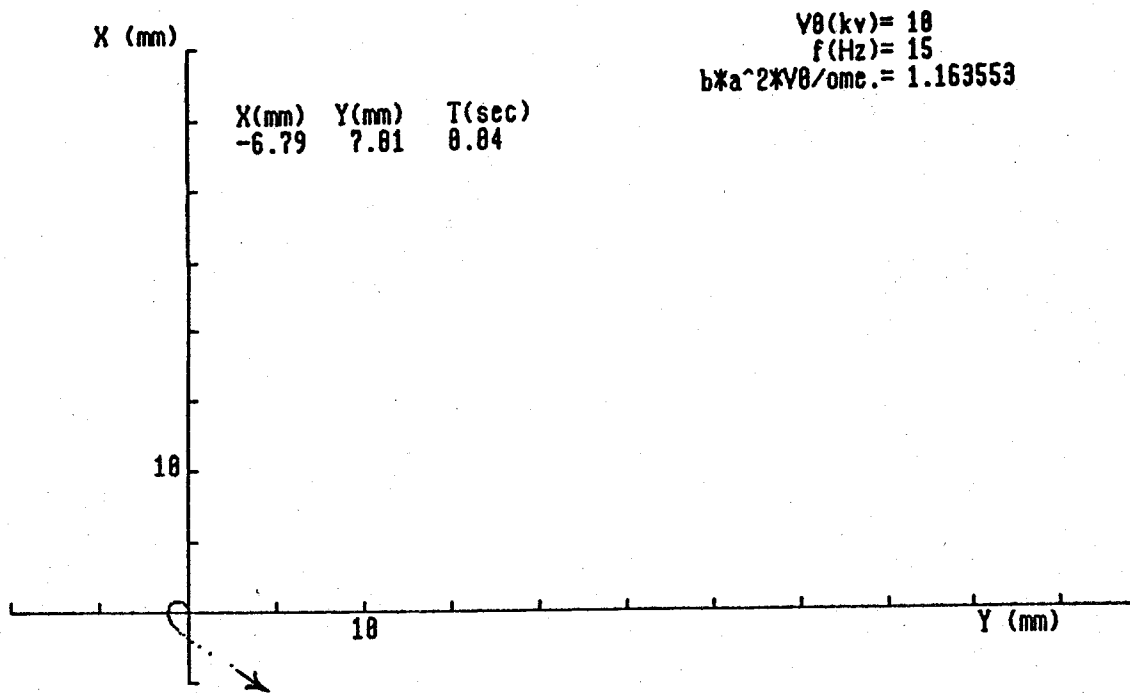
$$V = 10000 \quad [\text{V}]$$

$$k = 2\pi/3p = 1,047.2 \quad [\text{m}^{-1}]$$

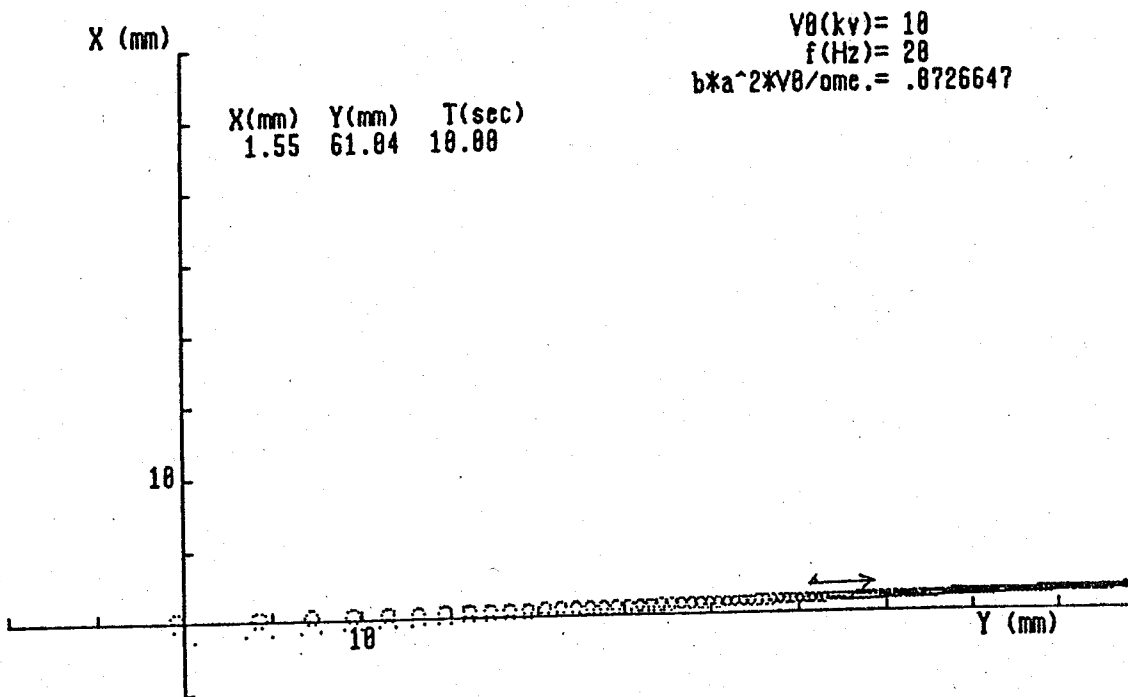
を仮定し、周波数を変化させて、イオンの軌道をシミュレートしてみた。その結果として図2.23の(a)~(d)に、周波数 $f = 15 \sim 50$ Hz までの場合を示す。それぞれ、電圧印加後10秒間の軌道である。

また、この図2.23をまとめて表現すると図2.24のようになる。

ここで、縦軸は10秒間に電極列に沿って移動した距離である。これらより、15 Hz 以下では不安定モード ($X < 0$ の領域に大幅に進入) が発生し、20 Hz をピークとして周波数が大きくなると急速に移動距離が減少して行く。このようなイオンの移動速度の周波数依存性は、図2.17の特徴を理解するための現象の1つと考えてよい。

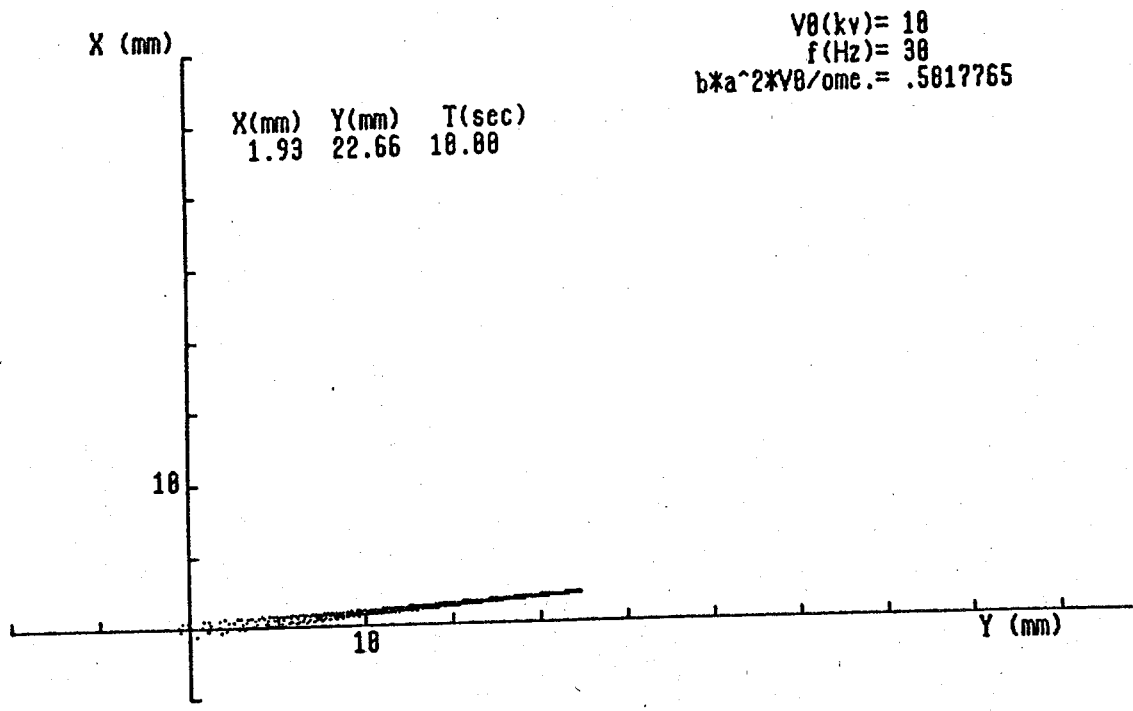


(a) 周波数 $f = 1.5\text{Hz}$ (不安定モード)

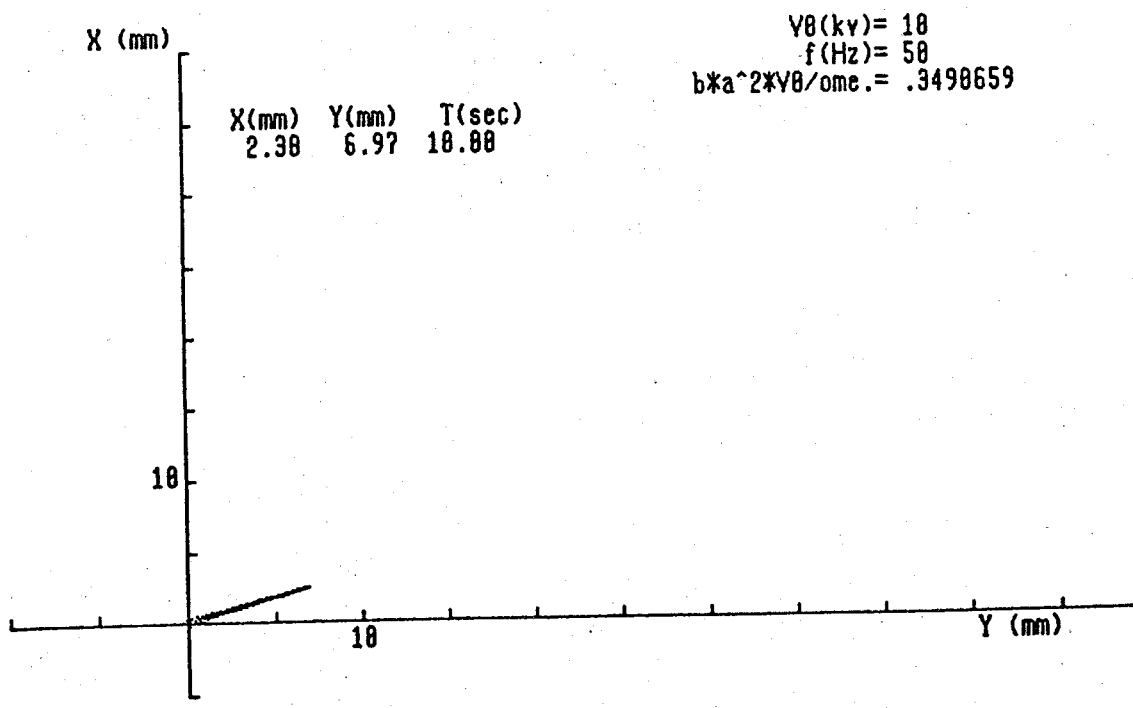


(b) 周波数 $f = 2.0\text{Hz}$

図 2.23 単位正電荷イオンの実軌道例



(c) 周波数 $f = 30 \text{ Hz}$



(d) 周波数 $f = 50 \text{ Hz}$

図 2.23 単位正電荷イオンの実軌道例

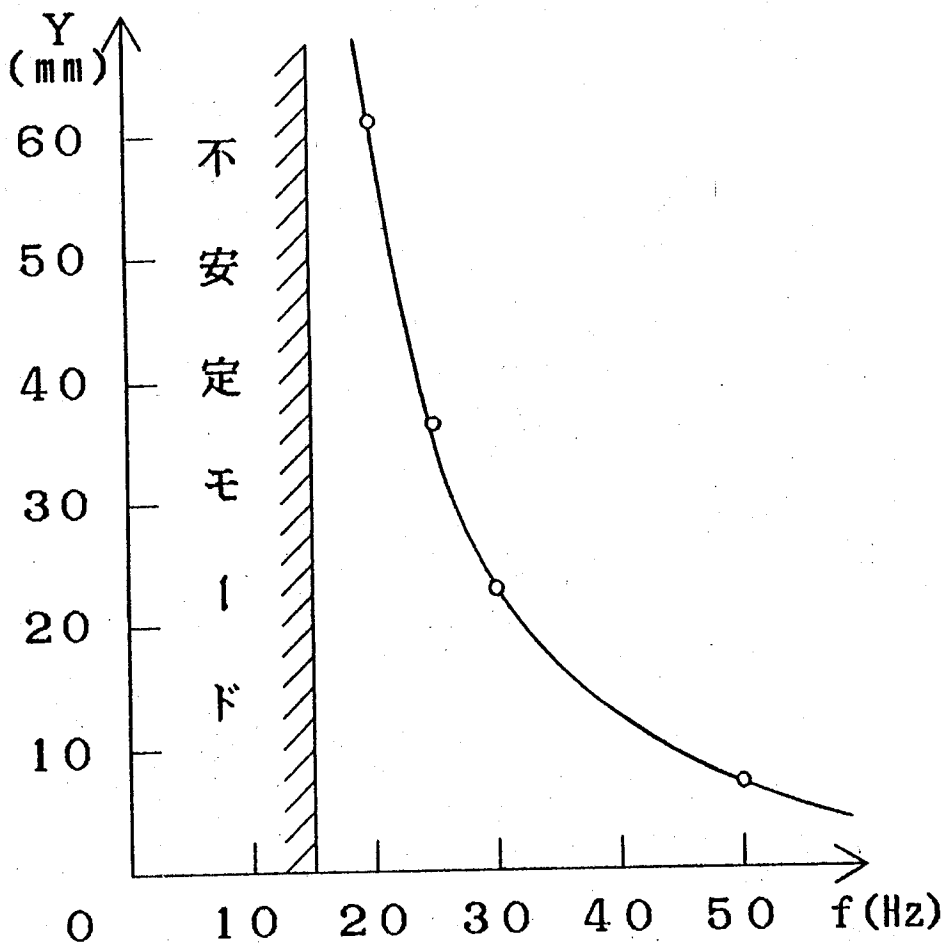


図 2.24 単位正電荷イオン挙動の周波数特性

2.6.3 単位正電荷イオンの速度分布から導かれる関係

(2.49), (2.50)式は単位正電荷の速度を表しているが, この速度成分がゼロになる領域の存在は, 液体のポンピング特性に対して大きな影響を及ぼすに違いない.

そこで,

$$k u \equiv k y - \omega t \quad (2.51)$$

となる変数変換を行って, (2.49), (2.50)式を次のような方程式に変換する.

$$\frac{dx}{dt} = b \cdot k V e^{-k|x|} \cdot \cos(k u) \quad (2.52)$$

$$\frac{du}{dt} = b \cdot k V e^{-k|x|} \cdot \sin(k u) + \omega/k \quad (2.53)$$

すなわち, $(k u - k x)$ 空間で考える. この変数は時間変数 t を消去するための操作である.

$(k u - k x)$ 空間でのイオン速度がゼロとなるには,

$$b \cdot k V e^{-k|x|} \cdot \cos(k u) = 0 \quad (2.54)$$

$$b \cdot k V e^{-k|x|} \cdot \sin(k u) + \omega/k = 0 \quad (2.55)$$

が, 成り立つことが必要である.

すなわち, (2.54)式より, $k x$ の値に関係なく,

$$k u = \pm \frac{\pi}{2} \quad (2.56)$$

この $k u = \pm \pi/2$ に対して, (2.55)式が成り立つ $k x$ は次式より求まる.

$$b \cdot k V e^{-k|x|} = \frac{\omega}{k} \quad (2.57)$$

あるいは,

$$|k_x| = \ln\left(\frac{\omega}{b \cdot k^2 V}\right) \quad (2.58)$$

つまり, $(k_u - k_x)$ 空間では $\pm\pi/2$ と $|k_x|$ で決まる点ではイオン速度がゼロになっている.

例えば,

$$b = 1 \times 10^{-8} \quad [\text{m/s/V/m}]$$

$$V = 10000 \quad [\text{V}]$$

$$p = 2 \times 10^{-3} \quad [\text{m}]$$

$$k = 1047.2 \quad [\text{m}^{-1}]$$

の場合には,

$$f = 10 \text{ Hz のとき, } k_u = \pm\pi/2, \quad |k_x| = 0.555$$

$$f = 25 \text{ Hz のとき, } k_u = \pm\pi/2, \quad |k_x| = 0.359$$

$$f = 50 \text{ Hz のとき, } k_u = \pm\pi/2, \quad |k_x| = 1.053$$

となる. また, このときの各 k_u , $|k_x|$ 点は後述の図 2.25 の (a), (b) において, イオン速度ゼロの領域に入っている.

2.6.4 ($ku-kx$)空間でのイオン速度の分布パターン

EHD液体ポンピングの周波数特性を議論する場合には、($ku-kx$)空間におけるイオンの速度分布のパターンが、周波数によってどのように異なるかを調べることは重要である。

そこで、(2.52)、(2.53)式の解析的な解、すなわち速度分布関数を求める。

(2.52)、(2.53)式は、

$$A(x, u) \equiv -b \cdot k V e^{-k|x|} \cdot \sin(ku) - \omega/k \quad (2.59)$$

$$B(x, u) \equiv +b \cdot k V e^{-k|x|} \cdot \cos(ku) \quad (2.60)$$

とおくことにより、時間 t を消去した次の完全微分形に帰着できることは容易に判る。

$$A(x, u) dx + B(x, u) \cdot du = 0 \quad (2.61)$$

なぜなら、

$$\frac{\partial A}{\partial u} = -b \cdot k^2 V e^{-k|x|} \cdot \cos(ku) \quad (2.62)$$

$$\frac{\partial B}{\partial u} = -b \cdot k^2 V e^{-k|x|} \cdot \cos(ku) \quad (2.63)$$

となり、(2.61)式が完全微分形となる必要十分条件、

$$\frac{\partial A}{\partial u} = \frac{\partial B}{\partial x} \quad (2.64)$$

を満足している。

したがって、一般解は次の公式よりただちに計算できる。

$$\int A \cdot dx + \int \left(B - \frac{\partial}{\partial u} \int A \cdot dx \right) \cdot du = C \quad (2.65)$$

すなわち、

$$e^{-k|x|} \cdot \sin(ku) + \frac{\omega}{bV k^2} (kx) = C \quad (2.66)$$

ここで、

$$b = 1 \times 10^{-8} \quad [\text{m/s/V/m}]$$

$$k = 1047.2 \quad [\text{m}^{-1}]$$

$$V = 10000 \quad [\text{V}]$$

として、 $f = 25 \text{ Hz}$ と 50 Hz の場合の(2.66)式の等高線を図2.20に示す。ただし、パラメータCは、それぞれの周波数で決まる最大値で規格化している。

この図2.25は、 $(ku - kx)$ 空間での大まかな等高線図であるが、簡単に説明すると次のようになる。

曲線の平坦領域：イオンの速度がゼロか、または、
非常に遅い領域である。

曲線の傾斜領域：イオンの速度が大きい領域である。

また、図2.25(a)の $f = 25 \text{ Hz}$ と(b)の $f = 50 \text{ Hz}$ のパターンを比較すると、イオンの速度が大きい領域は、 $f = 25 \text{ Hz}$ の方が $f = 50 \text{ Hz}$ より大きいことがわかる。このことは、 $f = 25 \text{ Hz}$ の方が $f = 50 \text{ Hz}$ の場合よりも液体のポンピング力が大きいことと一致している。

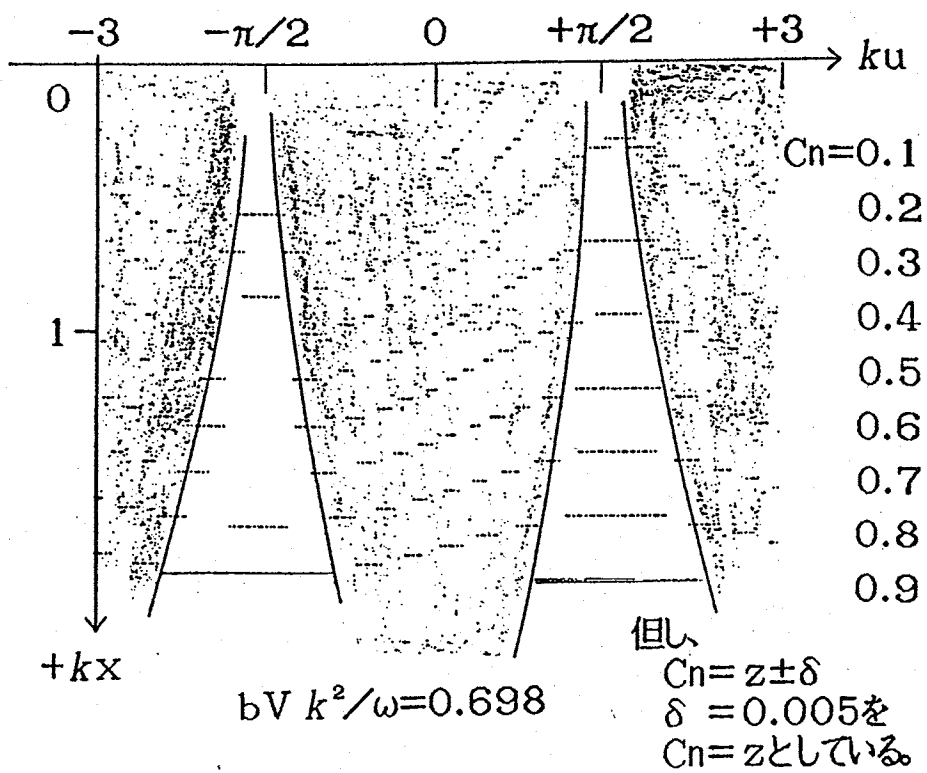


図 2.25 (a) $(ku - kx)$ 空間でのイオンの速度分布パターン
 ($f = 25 \text{ Hz}$)

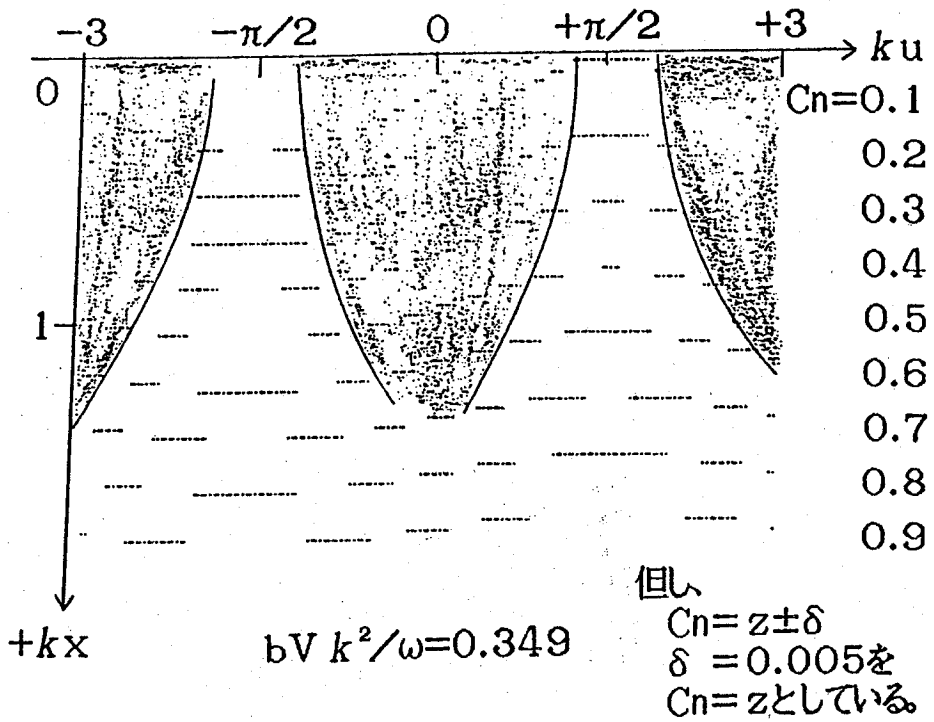


図 2.25 (b) $(ku - kx)$ 空間でのイオンの速度分布パターン
 ($f = 50 \text{ Hz}$)

2.7 結論

以上、述べてきたことをまとめると、次のようになる。

- (1) 平行円筒電極列を工夫して、ヘリカル密着巻きにした電極による進行波電界を利用して、絶縁性液体のポンピング現象を調べた。その結果、周波数 $f = 10 \sim 50 \text{ Hz}$ の進行波電界でEHD液体ポンピング作用は生じ、作用力（垂直変位）が最大となる最適周波数が存在することが判った。すなわち、ある周波数で最大垂直変位を持つ特性があることが判った。
- (2) 印加電圧が高くなるにつれて、最大垂直変位を与える最適周波数も高くなることが判った。
- (3) 液体の移動は、進行波電界の進行方向を変えることで、順方向、あるいは逆方向へ駆動（輸送）できることが判った。なお、駆動される方向は、進行波電界の進行方向と同じ方向である。
- (4) 歪み波を有する電源（簡易型電源）による電源部のコンパクトな実験装置においても、上述の（1）、（2）、（3）と同様なEHD液体ポンピング特性として、基本的に実現できることが確認された。
- (5) EHD液体ポンピング制御の特性は、その本質である電気泳動力 F_v において、進行波電界 \mathbf{E} と誘導電荷密度 q_v の概念の導入により定性的に解明した。
- (6) EHD液体ポンピング作用力の周波数特性は、実験結果とよく一致した。