

研究論文

有限要素法による大規模音場解析のための
集中吸音減衰モデリングと絶対対角スケーリング

大鶴 徹*, 岡本 則子†, 富来 礼次‡

Lumped Acoustic Dissipation Modelling and Absolute Diagonal Scaling for
Large-scale Finite Element Sound Field Analysis

Toru OTSURU, Noriko OKAMOTO and Reiji TOMIKU

In the sound field analysis of built environment, finite element method(FEM) is advantageous in its broad range of applicability. In this paper, "Lumped acoustic dissipation model and matrix, $[C_L]$ " and "Absolute diagonal scaling" to reduce its computational memory requirement are proposed. The absorption modeling utilized here is based on the assumption of surface's locally reactivity, and the Lumped acoustic dissipation model can be regarded as to be more consistent to the assumption than so-called "consistent" acoustic dissipation modelling from a view point of matrix manipulation. Next, five sound fields in a cubic box, the fundamental setting of which is based on the "Benchmark Platform on Computational Methods for Architectural/Environmental Acoustics" run by a working group of AIJ, are computed by the FEM. The agreement between the results of $[C_L]$ and of ordinary consistent matrix is found to be excellent. The accuracy of computed sound field by the FEM with C_L CD-method is also found to be good enough by comparing with the results of BEM throughout the frequency range except at the frequencies very close to natural frequencies.

Key words: Largescale, Sound field analysis, FEM, Acoustic dissipation modeling

1. 序

複雑な形状を有する建築内外の音場解析には数値解析が有効である。音場の波動性を的確に反映する数値解析には有限要素法(以下、FEMと記す)¹⁾²⁾、境界要素法(同、BEM)³⁾⁴⁾、差分法⁵⁾等がある。その中で、FEMは領域全体を離散化するため特に3次元空間の解析では自由度数が膨大で、プログラミングも複

雑になりかねない。一方、媒質空気の温度分布や複雑な吸音の処理等も可能で適用範囲の広い手法として期待できる。

既報において筆者らはFEMを用い、音場解析に適した27節点スプライン音響要素の開発を行い、固有値の近似精度に関する検討をもとに、要求精度を確保するために要する音波長に対する節点間距離の比を示した⁶⁾。さらに、この要素を用いたFEMの必要記憶領域を反復法ソルバの適用で低減し、大規模音場解析、即ち、コンサートホール程度の空間の数kHz領域ま

平成17年8月31日受理

* 大分大学工学部福祉環境工学科建築コース

† 大分大学大学院工学研究科博士後期課程環境工学専攻

‡ 大分大学 VBL 博士研究員

での解析を試みてきた⁷⁾。なおここで筆者等は「大規模」という語を「当面の計算機資源から判断して容易ではない程度の演算量を要する規模」という意味で用いることとする。

一方、大規模解析の計算効率向上と並んで、室境界の吸音的確なモデリングも重要な課題と言える。音響問題に限ることなく FEM で減衰を取り扱う場合、減衰マトリクスを構築し離散化運動方程式中へ組み込むのが通常である⁸⁾⁹⁾。筆者等も上述の音響要素を提案した際に併せて減衰マトリクスも開発しており、種々の吸音条件下での解析結果と実測音圧との比較から、必要な要素分割条件を満たす場合の相違が約 1dB 程度に収まることを示した¹⁰⁾¹¹⁾。但し、その検討はエネルギーベースでの比較に留まっており、複素音圧の算定精度についてまでは十分に明らかにしていなかった。

そこで本論文では、まず FEM 大規模音場解析での効果的適用を考慮した集中吸音減退モデル及び同マトリクス（以下、 $[C_L]$ と略す）と絶対対角スケーリングを導入する。続いて、日本建築学会・環境工学委員会・音響数値解析 WG で整備している「音響数値解析ベンチマーク問題¹²⁾」（同、ベンチマーク問題）を利用して、 $[C_L]$ を用いた FEM 音場解析で得られる複素音圧の近似精度をコンシステントな要素を用いた解析結果との比較により検討する。さらに、 $[C_L]$ と絶対対角スケーリングを施した反復法で音場を求める手法（同、 C_L CD 法）の計算効率、即ち必要記憶領域や反復回数、を吟味する。最後に、 C_L CD 法と BEM により算定された複素音圧の空間分布や周波数特性を手法間で比較し、算定結果の挙動と吸音条件や固有周波数との関連を示していく。

なお、数値解析の手法相互の詳細な比較検討については上記の WG の活動目的のひとつとされる。これとは異なり本稿では、FEM へ C_L CD 法を適用した際の結果の基本的挙動のみについて市販アプリケーション（LMS Numerical Technologies、SYSNOISE）の利用で検討するもので、手法間の詳細な比較や精度面での厳密な検証については今後の検討に委ねる。

2. FEM 音場解析と C_L CD 法の概要

本章では FEM 音場解析に関する基礎のうち以降の議論に必要な事項に限定し記す。

2.1. 離散化運動方程式と要素マトリクス

一般に、角周波数 ω の音源に対する音場の離散化運動方程式は FEM により次のように定式化される。

$$[K]\{p\} + I\omega[C]\{p\} - \omega^2[M]\{p\} = I\omega\rho v_0\{W\} \quad (1)$$

ここで $[K]$ 、 $[M]$ 、 $[C]$ は要素マトリクス $[M]_e$ 、 $[K]_e$ 、 $[C]_e$ を重ね合わせて構成されるそれぞれの全体マトリクスである。また、 $\{p\}$ 、 ρ 、 v_0 、 $\{W\}$ はそれぞれ節点音圧ベクトル、空気密度、振動速度、分配ベクトル、を示し、 I は虚数単位を表す。FEM では、任意点 $a(x, y, z)$ の音圧 $p(x, y, z)$ を、 a を含む要素 e の節点音圧 $\{p\}_e$ から、

$$p(x, y, z) = \{N(x, y, z)\}^T \{p\}_e \quad (2)$$

のように内挿関数 $\{N\}$ を用いて近似する。ここに $\{ \}^T$ は $\{ \}$ の転置を表す。(1) 式や各要素マトリクス $[K]_e$ 、 $[M]_e$ 、 $[C]_e$ の導出過程の詳細については文献⁸⁾⁹⁾ に譲ることとし、以下 $[C]_e$ のモデリングに関わる部分について説明を行う。

まず、ノーマルインピーダンス Z_n の吸音面 A を考える。今、 A の表面に音圧 p が生じたとすると A 全体で吸収されるエネルギー J は、*を複素共役として、

$$J = \frac{I}{2\omega} \int_A \frac{pp^*}{Z_n} dS \quad (3)$$

で表される。ここでこの式が、 A 表面での粒子速度を p/Z_n と仮定する、即ち局部作用¹³⁾¹⁴⁾の仮定を前提とする、ことに注意すべきであろう。FEM の一般的な手続きにより、消散エネルギーに運動とポテンシャルの各エネルギー、および外力のなす仕事を加え求めた汎関数へ停留原理を適用し (1) 式を得る。また $[K]_e$ 、 $[M]_e$ の各マトリクスは文献⁶⁾に譲り、ここでは $[C]_e$ の定義のみ記しておく。

$$[C]_e = \frac{\rho c}{c} \int_{e'} \frac{1}{Z_n} \{N\} \{N\}^T dS \quad (4)$$

なお(4)式中の e' は当該要素中の吸音面に関する積分を表わす。

2.2. 集中吸音減衰モデリング及びマトリクス

壁面の吸音は(4)式で得られる減衰マトリクス $[C]_e$ でモデリングされる。また壁面の Z_n は複素数で表すのが一般的で、それに伴ってマトリクス $[C]_e$ 、 $[C]$ ともに非エルミートではあるが対称な複素マトリクスとなる。これに対し(1)式中の $[M]$ 、 $[K]$ は実対称マトリクスである。

ところで、 $[C]$ の非対角項 $C_{ij}(i \neq j)$ については、 C_{ij} は節点 i に加わる音圧の作用によって節点 j に生じる吸音の効果を表すものと見ることができ。しかしこの作用と効果の関係は、局部作用の仮定にもとづくとした $[C]$ の構成原理と、結果的に得られる行列演算における作用-効果の見かけの上では必ずしも整合しない。

そこで、構造解析で用いられる集中質量マトリクス¹⁵⁾¹⁶⁾と同様の手続きの次式で集中吸音減衰マトリクス $[C_L]$ の成分 C_{Lij} を定義することで、この見かけ上の不整合を解消する。なお区別のため以下では、上記(4)式で定義され数理的に整合した、通常コンシステントと呼ばれる $[C]$ を $[C_C]$ 、その成分を C_{Cij} また次数を ν と記すこととする。

$$C_{Lii} = \sum_{j=1}^{\nu} C_{Cij}, \quad C_{Lij} = 0 \quad (i \neq j) \quad (5)$$

構造解析で用いられる質量マトリクスに関してツイエンキーヴィッツ¹⁵⁾は、「コンシステントな質量マトリクスに比し「集中質量マトリクスはしばしば精度の改善を示す」と述べている。その建築構造解析への応用として例えばTarabia等が行った解析があるが、それでも集中質量マトリクスと集中減衰マトリクスによるモデリングの併用で実験との良好な一致が報告されている¹⁷⁾。以下では、室内音響問題における $[C_L]$ の精度と有効性を、特に大規模解析における利用を意識して、検討していく。

なお、(1)式をまとめて簡単に

$$[A]\{p\} = \{f\} \quad (6)$$

と記すと、各マトリクスの定義から $[C_L]$ の導入で吸

音減衰による複素数の発生が $[A]$ の対角成分のみに留められることになる。

2.3. 反復法と C_L CD法の導入

さて、建築音場へのFEMの適用は「小空間に限る」とされることが多いようだが(例えば、文献¹⁸⁾¹⁹⁾)、これを大空間へ適用する上で必要記憶領域の低減は不可欠であろう。FEM音場解析における(6)式の係数マトリクス $[A]$ は対称バンド、かつ、スパースで、それらの1行あたり非ゼロ成分数は用いる要素の性状により規定できる。前述のSpl27の場合は1行あたりの非ゼロ成分数は高々125、8節点6面体要素の場合は27、である。いずれの要素についてもスパース性の利用で非ゼロ成分のみの記憶を行えばその必要領域の低減が図られる。

このようにスパース性を活用し効率的に連立一次方程式の解を求めるソルバとして反復法があり近年様々な分野で利用され始めている⁷⁾²⁰⁾。ここでは $[C_L]$ の導入効果を高める上で重要な役割を果たすスケーリング、特に対角スケーリングに絞って論じる。

対角スケーリングは係数マトリクス $[A]$ へその処理を施す前後の $[A]$ の各成分を a_{ij} 、 a'_{ij} と記して次式で定義できる。

$$a'_{ij} = a_{ij} / (\sqrt{a_{ii}} \sqrt{a_{jj}}) \quad (7)$$

筆者等の解析における対角スケーリングの効果は、別途、基礎的な検討を行い確認している。しかしこの方法を(6)式へ適用すると、 $[C_L]$ の導入によって実数化を果たした係数マトリクス $[A]$ の非対角成分に再度複素数を生じ、複素数としての記憶領域の用意が必要となる。非対角成分の個数は対角成分の数に比べ、例えば27節点要素の場合は124倍の個数が存在するため、特に大規模解析の際の必要記憶領域の増加は無視し難い。

これを回避するため筆者等は次式の「絶対対角スケーリング」を導入した。

$$a'_{ij} = a_{ij} / (\sqrt{|a_{ii}|} \sqrt{|a_{jj}|}) \quad (8)$$

前述の $[C_L]$ を用いて吸音をモデリングした上で絶対対角スケーリングを行えば $[A]$ の非対角成分の複素化、即ち、記憶領域の増加が避けられ、この方法で

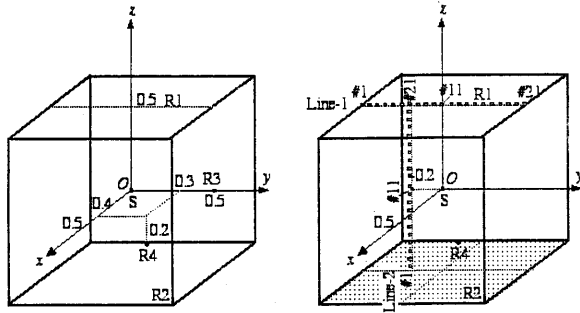


Fig. 1: (左) ベンチマーク問題「B0-1F」¹²⁾。S: 点音源 (0, 0, 0)、R1-4: 受音点、単位: [m]。(右) 本稿での受音点: Line1 と 2 上のそれぞれ 21 点 (#1~21)。Table 1 の吸音条件 Cond.1~4 の場合、対応する床面を吸音性としている。

(6) 式の係数マトリクスの記憶に要する領域は対称性を利用した場合、理論的に最大 64/125 倍へほぼ半減される。なおこの概算は、絶対対角スケーリングに伴い対角成分が複素化する影響も含む。

3. C_L CD 法の精度と効果

本章では、前章で述べた $[C_L]$ と絶対対角スケーリングを合わせて反復法へ適用する手法、 C_L CD 法、の精度や効果を確認するため簡単な音場の算定を行う。対象はベンチマーク問題中の B0-1F (Fig.1、 $c = 343.7$ m/s、 $\rho_0 = 1.205$ kg/m³) を利用した。但し本論では吸音要素についての検討が主題だが、元来の B0-1F のままでは壁面は全て剛 ($Z_n = \infty$) で吸音のモデリングを主たる検討対象とする本稿の目的にはそぐわない。また固有周波数における応答は不定となり、その近傍の数値計算結果の解釈には注意を要する。

そこで、まず全面剛壁の場合を基本の Cond.0 として、その床面へ Table 1 に示す Cond.1~4 の吸音を追加設定し、合計 5 種を検討対象とした (Fig.1 参照)。なお吸音は、床表面 ($z = -0.5$) に Table 1 の各厚さを想定したグラスウール (流れ抵抗係数 $R = 10000$ Pa·s/m²、ポロシティ $\Omega = 1.0$ 、構造係数 $K_s = 1.0$) の Z_n を Miki の式²¹⁾ の利用により周波数ごとに求めた上で、 $[C]$ を構成している。

また検討対象とする周波数を 200~1000Hz の 5Hz 刻みとし、ベンチマーク問題の音源設定にならない立方

Table 1: 吸音設定。

Symbol	グラスウール設置位置	想定厚さ
Cond.0	(全面剛壁)	
Cond.1	床全面 ($-0.5 \leq x \leq 0.5, -0.5 \leq y \leq 0.5$)	100mm
Cond.2	床全面 ($-0.5 \leq x \leq 0.5, -0.5 \leq y \leq 0.5$)	25mm
Cond.3	床 1/4 面 ($-0.5 \leq x \leq 0, -0.5 \leq y \leq 0$)	100mm
Cond.4	床 1/4 面 ($-0.5 \leq x \leq 0, -0.5 \leq y \leq 0$)	25mm
	床: ($z = -0.5$) 平面	

体中央 (0, 0, 0) に位置する点音源 S において体積加速度 $I\omega v_0 = 1$ m³/s² を与えた。さらに要素として Sp127 を使い、 x, y, z の各方向で $10 \times 10 \times 10$ 要素分割 (自由度数 9261) のもと吸音をモデリングし (1) 式を構成した上で、複素音圧 p を導出する。なおこの分割による (解析音波長) / (要素節点間距離) は 6.8 以上で、既往の知見から十分な精度が期待できる。

受音はまず、Fig.1 中、ベンチマーク問題で設定された天井面の受音点 R1 を通る線分 Line1 = $\{(0, y, 0.5) | -0.5 \leq y \leq 0.5\}$ 上で等間隔に位置する 21 点とする。それらに加え、壁面上や立方体中央部をできるだけ避ける意味で、ここで新たに設定する線分 Line2 = $\{(0, -0.2, z) | -0.5 \leq z \leq 0.5\}$ 上で等間隔に位置する 21 点を受音点とする。

3.1. 集中対角化の影響

本節の検討では (6) 式のソルバとして一意な解が得られる直接法 (修正コレスキー法) を適用する。また減衰のモデリングに $[C_L]$ と $[C_C]$ を使い、それぞれ複素音圧 p を求め比較した。紙面節約のため、ここでは一例として吸音力が最も大きい Cond.1 の、500 と 1000Hz の Line1 に関する結果のみを Fig.2 に示す。

この図より両減衰マトリクスによる算定音圧の相違は目視では認められず減衰マトリクスの集中対角化の影響は小さい。また Fig.2 の波形より、500Hz では y 軸方向 2 次モードの、1000Hz では同じく 4 次モードの、影響がそれぞれ大きいと判断される。解析的に、これらは 486.1Hz 及び、972.1Hz の偶数次モードと推測される。但し、これらの影響に関するより詳細な検討は 3.3 節で行う。

結果は割愛したが、Cond.2~4 についても同様の検討を行い全ての条件で両減衰マトリクスによる算定音

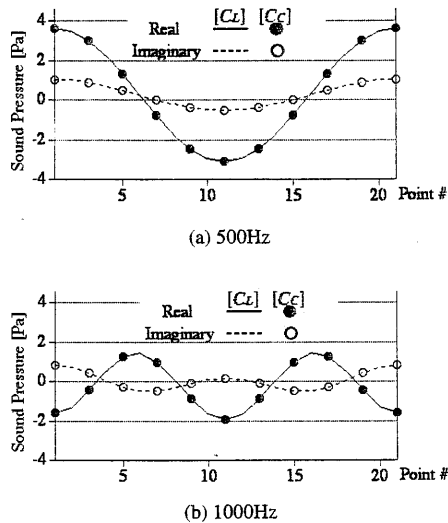


Fig. 2: $[C_L]$ と $[C_C]$ を用いたモデリングによる複素音圧 p の算定結果 (空間分布: Line1) の比較; Cond.1.

圧間の一致は Fig.2 と同等と認められた。従って、今回の検討の範囲ではあるが、(5) 式による集中対角化の影響は小さいと判断した。

3.2. 絶対対角スケールリングの効果

本節ではソルバに反復法を適用した際の絶対対角スケールリングによる収束性改善効果を検討する。吸音条件 Cond.1 及び 2 に関し $[C_L]$ で吸音をモデリングした上で (1) 式を構成する。続いて、非エルミートであるが対称な複素マトリクスに効果的な反復法ソルバとされる COCG (Conjugate Orthogonal Conjugate Gradient) 法²²⁾ を適用し 500Hz の音源に対する複素音圧応答 p を算定している。COCG 法で連立一次方程式を解く際のスケールリング無しの場合、及び、対角スケールリングまたは絶対対角スケールリングを施した各場合、の反復法の収束状況を Fig.3 に示す。なお (6) 式の解を反復法で求める際の残差 δ は次式で定義している。

$$\delta = \frac{\| [A] \{p\} - \{f\} \|}{\| \{f\} \|} \quad (9)$$

Fig.3 から吸音条件に関わらず、絶対対角スケールリングを施した反復法の収束過程は通常のスケールリングと図上での識別が難しい程一致し、両者の効果は同等とみなせること、並びに、今回の収束判定値である $\delta \leq 10^{-12}$ を満足するのに要する反復回数はスケーリ

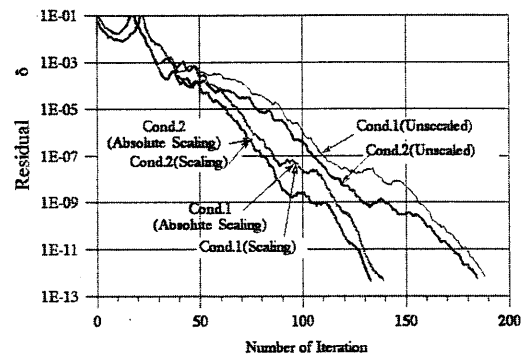


Fig. 3: スケールリングの有無及び種類による反復法の収束の比較; Cond.1 と Cond.2. Unscaled: スケールリング無し、Scaling: 対角スケールリング、Absolute Scaling: 絶対対角スケールリング。

ングを施さない場合に比べいずれも約 30% 低減されていること、が分かる。

この場合の p の算定結果は残差 δ が 10^{-12} 以下であり得られる精度の高さは自明なためその比較図は割愛したが、Fig.3 を以て、スケールリングの有無や相違に関わらず反復法が直接法と十分近似した解を与えるものとする。

3.3. C_L CD 法による複素音圧算定の基本的妥当性

吸音を含む音場の数値解析に関わる精密な算定精度に関しては、各手法ごとに精通した研究者の協力のもとに、複数の解析手法や精密実験結果を相互比較する必要がある。このような詳細な検討を次のステップと想定しここでは、 C_L CD 法により算定された複素音圧の基本的な妥当性、即ち、算定値の周波数特性や空間分布の相対的な一致の確認を主眼として、BEM の市販アプリケーションのひとつである SYSNOISE(ver. 5.4) を利用することとした。

なお C_L CD 法は前節と同様に、COCG 法 (収束判定値: $\delta = 10^{-12}$) へ $[C_L]$ と絶対対角スケールリングを合わせて適用したものである。また BEM は、FEM と同じメッシュ分割を利用した上で四辺形一次要素を適用した (全要素数は 2400)。従って全解析周波数にわたって 1 波長あたり 6.8 要素以上で BEM における一

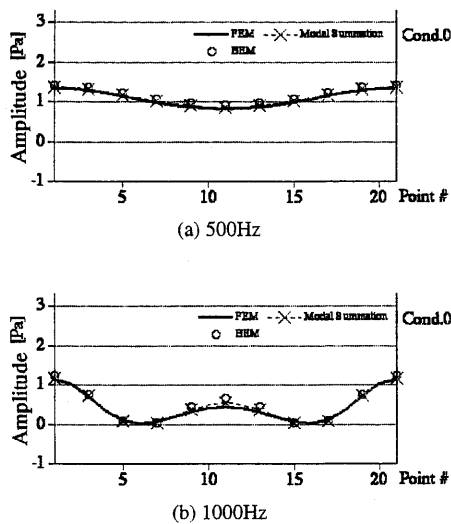


Fig. 4: FEM、BEM、モード重畳法¹²⁾による音圧振幅 $|p|$ の算定結果 (空間分布: Line1) の比較; Cond.0。

一般的な要請²³⁾²⁴⁾を満たしている。解法は周波数領域の Direct method(Basic Form)を用い、積分点数はデフォルト値 (Near fieldで2点それ以外は1点)とした。さらにSYSNOISEによる壁面上の音圧算定を目的に実施した予備検討²⁵⁾を踏まえ、音圧算定点となる Field pointの壁面上での位置を境界要素の節点位置と一致させている。

これら2つの解析手法を用い、前節までと同一の音場を対象に音圧振幅 $|p|$ の Line1上の空間分布を求め、さらに参考として Svenssonのモード重畳法による結果¹²⁾と比較して Fig.4に示す。ここでは紙面の都合上、代表的な周波数として500と1000Hzのみ示したが、算定手法間の $|p|$ の一致は良好と言えよう。

続いて、各吸音条件ごとに算定された p の周波数特性を Fig.5に示す。Cond.0については全ての受音点で、固有周波数と考えられる7つの周波数において p が激しく変動する「ピーク・ディップ」が出現している。ここで、Cond.0のように境界条件が対称な音場では音源位置が中央の場合に奇数次モードは励起されず、偶数次モードの固有周波数近傍では音圧変動が激しいものと推測できる。解析的な計算から全方向のモードが偶数次となるのは、343.7、486.1、595.3、687.4、768.5、841.9、972.1 [Hz]の7周波数だが、これらは全て Fig.5における p のピーク・ディップと照応している。

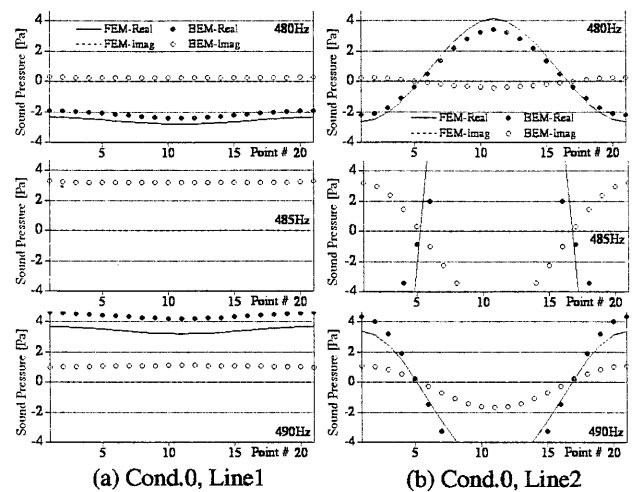


Fig. 6: 固有周波数 (486.1Hz) 近傍における FEM と BEM による複素音圧 p の算定結果 (空間分布) の比較; Cond.0。

一方、Fig.5中 Cond.1は全般にピーク・ディップが少なく滑らかな音圧分布を示している。これに対し Cond.2~4の場合は、Cond.0の場合より多くの周波数でピーク・ディップが出現しており、これらは床面に設置した吸音材の効果で出現した上記以外のモードの影響と考えられる。なお、設定した吸音条件の中で比較的吸音力が大きい Cond.1や2の場合、FEMとBEMによる各 p の全般的な一致は良好だが、Cond.3, 4へと吸音力が小さくなる程、ピーク・ディップ付近の不一致箇所は増加する傾向が認められる。

続いて、固有周波数の影響の大きな周波数付近とその前後の算定周波数における p の空間分布特性を見る。Fig.5中の Cond.0の場合、485Hz近傍で p の挙動に激しいピーク・ディップが生じている。そこで、この485Hzとその前後の周波数に関する p の空間分布を Fig.6に示す。

まず、Cond.0に関する Fig.6の p の実部の挙動について観察する。485HzではFEM、BEMともに発散する傾向を示し、特に Line1の485Hzでは表示範囲を超え図上に現れていない。また p の虚部に関しては、FEMの算定結果は全周波数にわたり0を保つ。他方、BEMによる p の虚部は両周波数ともに0でない値が算定されている。前述のとおりここではBEMによる固有値近傍の音圧算定処理の詳細までは立ち入らない。

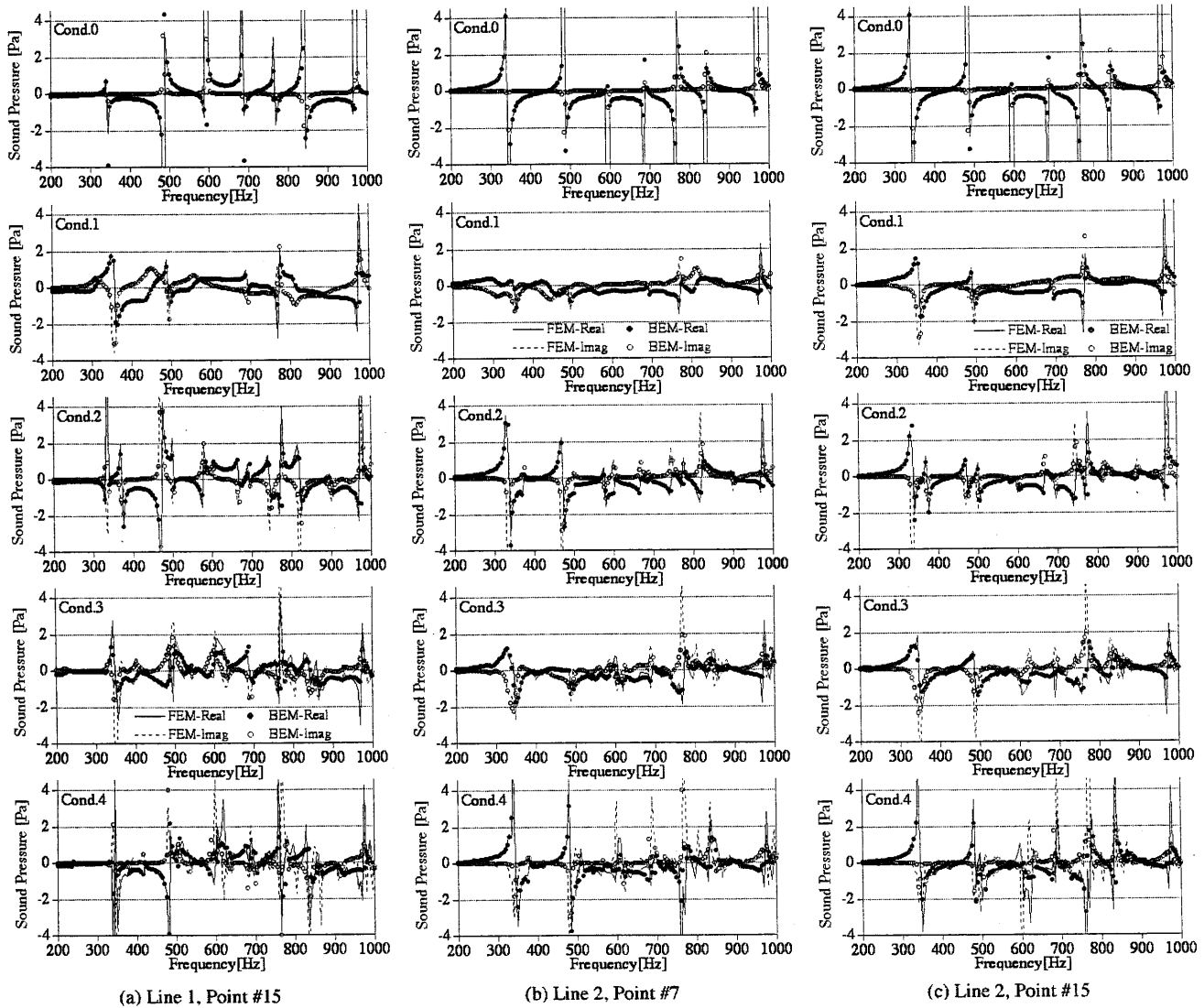


Fig. 5: FEM と BEM による複素音圧 p の算定結果 (周波数特性) の比較。

但し、FEM では吸音力のない Cond.0 の場合、(1) 式において $[C] = 0$ で、かつ、右辺外力項に実数を与えているため解 p の虚部は数的に 0 となる。従って、この図の FEM による結果はこれと整合する。なお、その前後の算定周波数である 480Hz 及び 490Hz では p は 485Hz に比してより一致する傾向が認められる。

4. 結

建築の FEM 大規模音場解析に適した $[C_L]$ による集中吸音減衰モデリングと絶対対角スケーリングで構成される C_LCD 法を提案した。さらに、単純な室の FEM 内音場解析へ適用し、以下の知見を得た。

1. $[C_L]$ は局部作用を仮定する吸音モデリングとし

て見た場合、 $[C_C]$ によるモデリングに比べ、行列演算の操作上、整合的なものと解釈可能である。

2. (6) 式の係数マトリクス of 記憶領域は集中対角化した $[C_L]$ の採用で集中対角化しない場合の約 1/2 (理論的な最大値) へ低減できる。
3. 集中対角化が複素音圧 p の算定結果へ及ぼす影響は小さい。
4. 絶対対角スケーリングはスケーリングを施さない場合に比べ約 30% の反復回数低減効果を示し有効である。
5. C_LCD 法と COCG 法の組み合わせにより、直接法と同等の結果 (残差 $\delta \leq 10^{-12}$) が得られる。

また C_LCD 法を用いた FEM と市販アプリケーション BEM (SYSNOISE) の利用による複素音圧算定結果の

比較から、

6. 算定された複素音圧の空間分布特性、並びに、周波数特性は、固有周波数の影響が大きいと予想される箇所で相対的な相違は認められるものの、全般的にほぼ一致する傾向が認められた。但し、詳細に及ぶ算定精度については今後の検討課題とする。

以上総合して、本稿で提案した C_LCD 法は、今回の基礎的検討の範囲内ではあるが、その効率と基本的な精度の両面から音場計算に有効な手法と期待できよう。

謝辞

日本建築学会・環境工学委員会・音響数値解析 WG の各位、及び、本学工学部福祉環境工学科建築コース大鶴研究室修論・卒論生に記して謝意を表します。本研究は平成 16 年度日本学術振興会科学研究補助金基盤研究 (A)15206064 の助成を頂いた。

参考文献

- 1) Craggs, A.: The use of simple three dimensional acoustic finite elements for determining the natural modes and frequencies of complex shaped enclosures, *J. Sound Vib.*, 23, pp.331-339, 1972
- 2) 崔 錫柱, 橘 秀樹: 有限要素法による室内音場のインパルス応答の数値計算, *日本音響学会誌*, 49(5), pp.328-323, 1993
- 3) Terai, T. and Kawai, Y.: The application of Kirchhoff's formula to the numerical calculation of transient response in an enclosure, *J. Acoust. Soc. Jpn(E)*, 11(1), pp. 1-10, 1990
- 4) Sakuma, T. and Yasuda, Y.: Fast multipole boundary element method for large-scale steady-state sound field analysis, Part I: Setup and Validation, *Acustica/acta acustica*, 88, pp. 513-525, 2002
- 5) Sakamoto, S., Tokita Y., and Tachibana, H.: Calculation of impulse responses of rooms by using of the finite difference method, *Proc. ASA and ASJ 3rd Jt. Meet.*, p. 1307, 1996
- 6) Otsuru, T. and Tomiku, R.: Basic characteristics and accuracy of acoustic element using spline function in finite element sound field analysis, *J. Acous. Soc. of Jpn. (E)*, 21(2), pp. 87-95, 2000
- 7) Otsuru, T., Okamoto, N., Tomiku, R. and Fukuda, M.: Large-scale sound field analysis of architectural rooms by FEM with CG-like method, *Proc. Inter-noise 2003*, pp. 1111-1118, 2003
- 8) 加川 幸雄: 有限要素法による振動・音響工学/基礎と応用, 培風館, 1981
- 9) 日本建築学会編: 室内音場予測手法 一理論と応用一, 丸善, 2001
- 10) 富来 礼次, 大鶴 徹: 有限要素法による不整形残響室内音場解析, *日本建築学会計画系論文集*, 第 551 号, pp. 9-15, 2002 年 1 月
- 11) Tomiku, R. and Otsuru, T.: Finite Element Sound Field Analysis of Diffuseness in Reverberation Rooms, *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, 1(2), pp. 33-39, 2002.11
- 12) <http://gacoust.hwe.oita-u.ac.jp/AIJ-BPCA/>
- 13) Morse, P.M., Ingard, K.U.: *Theoretical Acoustics*, Princeton University Press, 1968
- 14) 前川 純一, 森本 政之, 阪上 公博: 建築・環境音響学, 第 2 版, 共立出版, 2000
- 15) O.C. ツイエンキーヴィッツ (吉識 雅夫, 山田 嘉昭監訳): マトリクス有限要素法 三訂版, 培風館, 1984
- 16) 鷲津 久一郎, 宮本 博, 山田 嘉昭, 山本 善之, 川井 忠彦共編: 有限要素法ハンドブック II 応用編, 14-16, 培風館, 1983
- 17) Tarabia, A.M., Itani, R.Y.: Static and dynamic modeling of light-frame wood buildings, *Computer & Structures Vol. 63, No. 2*, pp. 319-334, 1997
- 18) Lam, Y.W.: Modeling Room Acoustics in Non-Concert hall Settings, *Proc. of RADS2004, CD-ROM*, 2004
- 19) Bartsh, G. and Wulf, C.: Adaptive multigrid for Helmholtz problems, *J. Computational Acoust.*, 11(3), pp. 341-350, 2003
- 20) 藤野 清次, 張 紹良: 反復法の数理, 23-24, 朝倉書店, 1996
- 21) Miki, Y.: Acoustical properties of porous materials—generalizations of empirical models, *J. Acoust. Soc. Jpn. (E)* 1(1), pp. 25-28, 1990
- 22) Vorst, H. A.: *Iterative Krylov Methods for Large Linear Systems*, 107-110, Cambridge University Press, 2003
- 23) LMS Numerical Technologies N.V., (翻訳兼発行者 サイバネットシステム株式会社), *SYSNOISE Rev 5.3A 入門セミナーノート*, 1998
- 24) Marburg, S.: SIX BOUNDARY ELEMENTS PER WAVELENGTH: IS THAT ENOUGH?, *J. Comput. Acoust.*, Vol. 10, No. 1, pp. 25-51, 2002
- 25) 岡本 則子, 大鶴 徹他: 境界・有限要素法による音場解析の実在空間への適用に関する研究 一病院・医院建築の音環境に関する研究 その 5 一, *日本建築学会九州支部研究報告第 40 号*, pp. 69-72, 2001