拡大再生産における固定資本と減価償却

佐　藤　　　隆

はじめに　固定資本という困難

『資本論』第Ⅱ巻第20章において，Marx は「年間再生産の諸転換を説明するにあたっての一つの大きな困難」として，固定資本の補填の問題を挙げている[1)]。その困難を生じさせる源泉は，次のようなものだ。

> 商品販売によって得られた貨幣は，それが固定資本の損耗分に等しい商品価値部分を貨幣化するかぎりでは，この貨幣によって価値喪失を補填される生産資本成分には再転化させられない。それは生産資本とは別に沈殿し，貨幣形態のままになっている。(K., II, S. 447-8)

固定資本は，それが生産過程で稼働しているかぎり，その価値を損耗させる。損耗した価値は，その分だけ製品に移転し，製品の販売によって回収される。だが，その価値の回収は部分的・漸次的にしか行われず，その全額が回収されるまでの間，貨幣形態のまま積み重ねられてしまう。したがって固定資本の価値は，損耗した固定資本に部分的に残存している現物形態と，部分的に回収された貨幣形態との２つの形態に分裂してしまうことになる。この，貨幣形態によって補填される「価値喪失」の部分は，「損耗価値部分の貨幣形態での補填」(K., II, S. 450) とも呼ばれ，一般には減価償却と呼ばれる。これは明らかに

---

1) 『資本論』第Ⅱ巻，原書446頁。以下『資本論』からの引用は K., II, S. 446と略記する。

(2)　拡大再生産における固定資本と減価償却

「固定資本の現物での補填」(K., II, S. 454)，つまり沈殿した貨幣によって(おそらくは数年後に) 補填のために購入される現物とは区別されねばならない。

固定資本の補填問題とは，固定資本が損耗した部分を，貨幣で補填する場合と現物で補填する場合とで，その量もタイミングも一般的には一致しない，という問題である。流動資本ではこの補填問題は生じない。というのも，流動資本の場合，生産を通じてその価値がすべて完成商品に移転し，したがってその販売によって全額回収されるため，そもそも貨幣形態と現物形態とに分裂しないからである。固定資本の場合，完成商品の販売によって，その価値を一度に全額回収することができない――ここに，固定資本固有の困難が発生する。

では，「損耗価値部分の貨幣形態での補填」と「固定資本の現物での補填」との関係はどのようになっているのであろうか。単純再生産の場合，Marx の解答は明快である。

> 不変資本IIのうち，一方の，その価値から見て全部が貨幣に再転化し，したがって毎年現物で更新されなければならない固定成分 (部分1) は，不変資本IIのうち，他方の，まだもとの現物形態のままで機能を続けていてその損耗分――それによって生産される商品にそれが移していく価値喪失分――がさしあたりは貨幣で補填されればよい固定成分の毎年の損耗分に等しいということである。したがって，このような均衡は不変な規模での再生産の法則として現れるであろう。(K., II, S. 461)

これは，先の言葉を使えば，単純再生産の場合，「損耗価値部分の貨幣形態での補填」と「固定資本の現物での補填」とが一致すると言い換えてもよい[2)]。

2) なお，引用文中の『資本論』の記述では，第II部門に関してのみ述べられているが，第I部門においても同様である。

つまり単純再生産の場合には，固定資本の補填問題は生じないのである。

それでは，拡大再生産の場合にはどのようになるであろうか。残念ながら，Marx は『資本論』 において，断片的にしかこの問題に関して述べていない[3)]。後代の 『資本論』 研究において，この問題は表式論・恐慌論研究の深化とともに，論じられていくようになる[4)]。そこで明らかとなった命題は，次のようなものだ。

拡大再生産の場合，貨幣形態での補填と現物形態での補填とは，決して一致することはない。これはいささか衝撃的な命題だ。そもそも貨幣形態での補填とは，個別資本が固定資本を将来購入するための貯蓄であり，現物形態での補填とは，個別資本が実物資本を更新するための投資である。ということは，先の命題は，拡大再生産では貯蓄と投資が恒等的に一致しないことを主張しており，それは順調な拡大再生産が不可能であることを主張していることになる。したがって，先の命題は実質的に次のように主張していることに等しい――拡大再生産経路では順調な拡大再生産が不可能である。

果たして，そのようなことがあり得るのだろうか。

本稿が挑戦するのは，貨幣形態での補填と現物形態での補填とを一致させるような拡大再生産経路の存在を証明し，その場合の減価償却方法を特定化することである。第１章では，問題を定式化するために必要な数理モデルを構築する。このモデルは Satoh [2009] のモデルに固定資本を明示的に導入したものである。そこでは，固定資本を考慮にいれた拡大再生産経路の存在が確認され

3) 該当個所としては，K., II, S. 462 および S. 516-7 など。前者では，二つの補填の不一致が「無条件に現れうる拡大された規模での生産」という一節がある。なお，減価償却を積み立てた減価償却基金による拡張効果については資本回転論の個所に言及がある。第Ⅱ巻第８章第２節「固定資本の諸成分・補填・修理・蓄積」の該当個所（特に S.171-2）参照。

4) 経済学分野での代表的な展望論文としては，高須賀[1968]第３編（本稿の論旨の多くは，この本に負っている）および，富塚・井村編[1990]所収の該当論文（第Ⅱ部 B4 および５）を参照のこと。数理モデルの展開に関しては Bhaduri[1972]および足立[1984]を参照せよ。会計学分野では高山[1983]を参照のこと。

る。第２章では，先行研究において問題視されてきた，貨幣形態での補填と現物形態での補填とが乖離するという命題を確認した上で，この命題を覆すための方法を考察する。そこでは，先行研究が暗黙のうちに導入していた諸仮定を放棄し，両者が一致するために必要な仮定を導入する。第３章では，貨幣形態での補填と現物形態での補填とが一致するような減価償却方法について考察される。そこでは，先行研究では触れられることの少なかったいくつかの方法が導入される。最後に，このモデルの若干の省察をもって結論に代える。

さっそく本題に入ろう。

１．資本の運動と固定資本

1.1. 固定資本のある資本の循環

図１は，資本循環の様子を描いたものである[5)]。順に解説しよう。

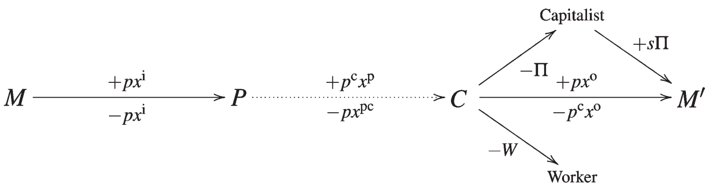

図１　資本循環の概念図

図中の矢印は，ある期間の資本の増減を示すフロー量，矢印同士の結び目はある時点の資本ストック量を表している。矢印上側にあるプラスが付された記号は，矢印の右側に存在するストック量への流入量を示し，矢印下側にあるマイナスが付された記号は，矢印左側にあるストックからの流出量を示している。

5) 以下のモデルは Foley [1982, 1986] における資本循環モデルに多くを負っている。Foley モデルから減価償却を考察したものとして守 [2003, 2004] および守(編著)[2014]の一連の著作が参考になった。なお，本稿のモデルは直接的には Satoh [2009]に負っている。以下，モデルは１部門モデルかつ連続時間で定式化され，すべての変数が g の率で成長していく steady-state growth path に分析を限定する。

すなわち，ストックは，フローの流入（または生産）によって増大し，フローの流出（または生産的消費）によって減少する。そこで，財の量を一般的に x と表し，x の右上に添字で，流入 inflow を i，流出 outflow を o，生産 production を p，生産的消費 productive consumption を pc と付すことにしよう。以下，順序は図と異なるが，商品資本 C から考えよう。

商品資本 C は，商品の生産によって増加し，販売によって減少する。物量タームでは，その増減は $x^{\mathrm{p}}-x^{\mathrm{o}}$ と記述できる。ここで，この増減の評価に原価法が採用されていると仮定する。原価 cost price を p^{c} とおくと，物量に価格を掛け合わせた価額タームでは，$p^{\mathrm{c}}x^{\mathrm{p}}-p^{\mathrm{c}}x^{\mathrm{o}}$ となる。

貨幣資本 M は，販売によって増大し，支出によって減少する。市場価格を p とすると，販売は px^{o} である。支出をみると，労働者と資本家にはそれぞれの分け前が支払われ，さらに商品の購入分 px^{i} の分だけ支払われる。労働者 Worker への分け前は賃金 W である。資本家 Capitalist への分け前は，得られた利潤 Π である。ただしこのうち，蓄積に回す部分（この比率を s としよう）は再投下されるから，資本家のネットの分け前は，蓄積部分 $s\Pi$ を除いた $(1-s)\Pi$ である。したがって，貨幣資本の増減は $px^{\mathrm{o}}-W-(1-s)\Pi-px^{\mathrm{i}}$ である。

最後に生産資本 P をみよう。

まず，ウォーミングアップとして流動資本だけが存在する場合を考える。生産資本 P は，購入により流入した px^{i} だけ増大し，生産的消費により費消した px^{pc} だけ減少する。すると，生産資本の増減は $px^{\mathrm{i}}-px^{\mathrm{pc}}$ と記述できる。ここで，産出 x^{p} を１単位生産するために必要な生産的消費を a とし，これが時間を通じて一定であると仮定する。すると，定義により $a\equiv x^{\mathrm{pc}}/x^{\mathrm{p}}$ となり，増減は $px^{\mathrm{i}}-pax^{\mathrm{p}}$ となる。

次に，ほぼすべての先行研究の想定にならって，固定資本だけが存在する場合を考えよう。このとき，固定資本は，物的側面と価値的側面の２つの面から

定義される。物的側面から見た固定資本を粗 Gross 固定資本，価値的側面から見た固定資本を純 Net 固定資本と呼び，それぞれ P_G，P_N と表記しよう。これらは双方とも購入 px^{i} によって増加するが，どう減少するかは各々異なる。

粗固定資本 P_G は，購入によって増大し，物的に廃棄されることによって減少する。この減少部分は流動資本における生産的消費と概念的に等しい。よって粗固定資本の増減は $px^{\mathrm{i}}-px^{\mathrm{pc}}$ と記述できる。この廃棄分は補填 Replacement 分に恒等的に等しい（なぜなら補填は廃棄した分だけ行われるから)。そこでこれに $R\equiv px^{\mathrm{pc}}$ という記号を宛がっておこう。

他方，純固定資本 P_N は，購入によって増大し，価値的に消費されることによって減少する。この減少部分は，Marx のいう損耗価値部分に対応し，減価償却費 Depreciation expense に等しい。減価償却費を D とすると，純固定資本の増減は $px^{\mathrm{i}}-D$ と記述できる。この減価償却費に関していくつかの仮定を行う。まず，販売価格でデフレートし，実質タームで考える。実質減価償却量を x^{d} とすると，定義より $x^{\mathrm{d}}\equiv D/p$ である。さらに，産出 x^{p} を１単位生産するために必要な実質減価償却量を k とし，これが時間を通じて一定となる固定係数であると仮定する。すると，定義により $k\equiv x^{\mathrm{d}}/x^{\mathrm{p}}$ となり，増減は $px^{\mathrm{i}}-pkx^{\mathrm{p}}$ となる。

さらに，減価償却基金 Depreciation fund について考えてみよう。減価償却基金は，現物の補填である粗固定資本から，価値の補填である純固定資本を差し引いたものに等しい。同じことだが，粗固定資本は，物的補填である純固定資本と価値的補填である減価償却基金との和である。

減価償却基金は，定義上，減価償却費が計上されると増大し，実際に現物が補填されると（減価償却基金から補填の購入代金が支出されるので）減少する。したがって減価償却基金を P_D とすると，その増減は $pkx^{\mathrm{p}}-px^{\mathrm{pc}}$ となる。

流動資本と固定資本との相違は，したがって，減価償却費 pkx^{p} と生産的消費額 px^{pc} とが相違するかどうかに依存する。流動資本の場合は，価値的消費

と物的消費とが合致し，決して乖離することはない。つまり１円で買ってきたモノが生産的に消費されることは，とりもなおさず１円分の価値が失われていることと恒等的に一致している[6)]。他方，固定資本の場合，一般的にこれら２つの量は一致しない。この２つの量の乖離こそ，固定資本という難題を構成する。

次では，固定資本が存在する場合，どのように資本の蓄積が行われるかを見てみよう。

1.2. 資本の蓄積

ストックとフローとの関係を数式で表すと以下の通りだ[7)]。

$$
\begin{cases}
\dot{C}(t) = p^{\mathrm{c}} x^{\mathrm{p}}(t) - p^{\mathrm{c}} x^{\mathrm{o}}(t), & \cdots(1) \\
\dot{M}(t) = p x^{\mathrm{o}}(t) - W(t) - \Pi(t) + s\Pi(t) - p x^{\mathrm{i}}(t), & \cdots(2) \\
\dot{P}_G(t) = p x^{\mathrm{i}}(t) - p x^{\mathrm{pc}}(t), & \cdots(3) \\
\dot{P}_N(t) = p x^{\mathrm{i}}(t) - p k x^{\mathrm{p}}(t), & \cdots(4) \\
\dot{P}_D(t) = p k x^{\mathrm{p}}(t) - p x^{\mathrm{pc}}(t). & \cdots(5)
\end{cases}
$$

これらはいずれも，t 時点での微少期間におけるストックの変化分が，t 時点での微少期間のフローの流出入の差に等しいという考え方に基づいて定式化されている。これらの方程式について，順に補足しておこう。

商品資本の変化分 $\dot{C}(t)$ の方程式(1)を見てみよう。右辺にある原価 p^{c} は，固定資本しか存在しない本モデルの場合，減価償却しか対応するものが存在しない。したがって $p^{\mathrm{c}} = pk$ となる。

貨幣資本の変化分 $\dot{M}(t)$ の方程式(2)を見てみよう。この右辺にある利潤は，

6) このとき，実質減価償却量を示す k は，レオンチェフ投入係数 a と何ら区別されない。すなわち，$pkx^{\mathrm{p}} \equiv pax^{\mathrm{p}} \equiv px^{\mathrm{pc}}$ である。

7) 正確には，これらの式の左辺はすべてストックの変化分，右辺はフローの流出入を示している。ストックの変化分はすべてストック変数の時間微分で表現されている。

収入から売上原価を差し引いたものだから，$\Pi = px^{\circ} - pkx^{\circ} - W$ である。さらに賃金 W は，時間単位あたり名目賃金率 w に労働投入時間を掛けたものに等しい。販売量１単位あたりの労働投入時間を l とすると，$W = wlx^{\circ}$ が成り立つ。ここで単位あたり実質賃金率を $\omega \equiv w/p$ とすると，$W = p\omega lx^{\circ}$ が成り立つ。以上をまとめると，利潤は結局，$px^{\circ} - pkx^{\circ} - p\omega lx^{\circ}$ となる。

最後に固定資本を示す式(3)〜(5)まで順にみてみよう。粗固定資本の変化分 $\dot{P}_G(t)$ は，定義上，純固定資本の変化分 $\dot{P}_N(t)$ と減価償却基金の変化分 $\dot{P}_D(t)$ との和である（じっさい，純固定資本の変化分を示す式(4)と減価償却基金の変化分を示す式(5)を合計すると，粗固定資本の変化分を示す式(5)と一致する)。粗固定資本は物財の形態である一方，純固定資本はそのうちの残存価値を，減価償却基金はそのうちの費消した部分を，それぞれ貨幣の形態で表現している。粗固定資本と純固定資本のうち，資本の運動を記述するために必要なのはいずれだろうか。もしも資本の運動が姿態変換を繰り返しながら価値増殖する価値の運動体であることを忘れなければ，適切なのは純固定資産である。というのも粗固定資本は物財の運動を記述してはいても価値の運動を記述するものではないからだ。だがもちろん，価値の運動が物財から独立自存して運動するわけではなく，物的制約――特に物財の運動スピードを規定するその回転期間の制約――を受ける。ここに固定資本は，その独自の運動を描くことになる。

以上の関係から資本の運動を記述してみよう。

まず，資本の運動が，固定資本特有の物的な運動の制約を受けることなく行われると想定してみよう。すると，資本の運動は，商品資本の式(1)，貨幣資本の式(2)，純固定資本の式(4)の３本の方程式で書ける。これら３つの資本の増殖分の総計を $\dot{K}_N \equiv \dot{C} + \dot{M} + \dot{P}_N$ とすると，それは $\dot{K}_N \equiv s\Pi$ となる。それは，資本の増殖が利潤からの蓄積によって行われることを主張している。

資本の成長率 growth rate を g，利潤率を $\pi_N = \Pi / K_N$ とおくと，固定資本

の制約がない場合，次のいわゆるケンブリッジ方程式が成り立つ。

$$g = s\pi_N. \qquad \cdots(6)$$

今度は，資本の運動が粗固定資本による物的制約を受けるとする場合を考えてみよう。すると，資本の運動は，商品資本の式(1)，貨幣資本の式(2)，粗固定資本の式(3)の３本の方程式で書ける。そこで資本の粗増殖分を $\dot{K}_G \equiv \dot{C} + \dot{M} + \dot{P}_G$ と定義しよう。すると，$\dot{K}_G \equiv s\Pi + \dot{P}_D$，すなわち資本の増殖は，利潤からの蓄積と減価償却基金の増加によってもたらされる。

このときの利潤率を $\pi_G = \Pi / K_G$ とおくと，固定資本の物的制約下での変則的なケンブリッジ方程式が成り立つ。

$$g = s\pi_G + \dot{P}_D / K_G. \qquad \cdots(7)$$

以上より，物的制約がある場合の利潤率は，物的制約のない場合の利潤率よりも低くなることがわかる。じっさい，減価償却基金が増加しているかぎり，式(6)と式(7)より，$\pi_N > \pi_G$ が成り立つ。この理由は明らかだ。すなわち，資本の粗増殖分の方が純増殖分よりも，資本循環中に拘束されているストック量が減価償却基金の分だけ大きいためだ。これは言わば，「死に金」が資本循環中に滞留しているに等しく，この貨幣滞留の存在が利潤率を引き下げているのである。逆に，資本の純増殖分は，減価償却基金が滞留していないため，効率的に高成長率を達成することができる。

それでは一体，これらの利潤率のもとで成長率はどのような水準に決定されるだろうか。この問いに答えるためには，成長率の決定メカニズムを分析しなければならない。

1.3. 固有方程式による成長率の決定

一般に，ある時点で資本から生み出されるアウトフローは，それまでの時点

における資本へのインフローから構成されているはずである。以下，この考え方に基づいて資本の動的様態を定式化してみよう。

商品が生産されてから販売されるまでの間の様態について考えてみよう。そのために，ここで $\beta(t)$ という分布関数を考える。これは，ある時点に生産された商品のうち t 期間後に販売される商品の比率である[8)]。もしも連続的に商品の生産と販売とが行われるとすれば，商品の生産と販売との間には，次式が成り立つ。

$$x^{\mathrm{o}}(t)=\int_{-\infty}^{t} x^{\mathrm{p}}(t')\beta(t-t')\mathrm{d}t'. \qquad \cdots(8)$$

今度は，貨幣の収入があった時点から支出する時点までの関係を考えてみよう。それは，ある時点の収入のうち t 期間後に支出される貨幣の比率を $\gamma(t)$ とすると，(8)式とまったく同様に，次のように書ける。

$$px^{\mathrm{i}}(t)=\int_{-\infty}^{t}\Big(px^{\mathrm{o}}(t')-W(t')-(1-s)\Pi(t')\Big)\gamma(t-t')\mathrm{d}t'. \qquad \cdots(9)$$

さて，商品が購入されてからそれが費消されるまでの間の関係について考えよう。商品が費消される場合には，文字通り物的に消費される場合と，価値的に消費される場合の２つがあった。それぞれ次のように定義しよう。

$$px^{\mathrm{pc}}(t)=\int_{-\infty}^{t} px^{\mathrm{i}}(t')\alpha(t-t')\mathrm{d}t'. \qquad \cdots(10)$$

$$pkx^{\mathrm{p}}(t)=\int_{-\infty}^{t} px^{\mathrm{i}}(t')\delta(t-t')\mathrm{d}t'. \qquad \cdots(11)$$

ただし，$\alpha(t)$ はある時点で購入された商品のうち t 期間後に廃棄される商品の比率を，$\delta(t)$ はある時点での購入額のうち t 期間後に価値移転される金額の比率をそれぞれ示している。

8) 定義上，$\int_0^{\infty}\beta(t)\mathrm{d}t=1$ が成り立つ。以下，分布関数はすべて同じ性質をもつ。

以上で，ある時点のアウトフローとそれまでの時点のインフローとの関係を定式化したが，これらの方程式(8)，(9)，(10)，(11) について畳み込み convolution という数学的操作を実行すると，定常性の仮定の下で，初期時点のアウトフローとインフローとの関係に変換することができる。それらは以下の各式である[9)]。

$$\begin{cases} x^{\mathrm{o}} = x^{\mathrm{p}}\beta^{*}(g), \\ px^{\mathrm{i}} = (px^{\mathrm{o}} - W - (1-s)\Pi)\gamma^{*}(g), \\ px^{\mathrm{pc}} = px^{\mathrm{i}}\alpha^{*}(g), \\ pkx^{\mathrm{p}} = px^{\mathrm{i}}\delta^{*}(g). \end{cases} \qquad \cdots(12)$$

ただし，式(12)中の $\beta^{*}(g)$ は分布関数 $\beta(t)$ をラプラス変換したもので，伝達関数と呼ばれる。すなわち，

$$\beta^{*} = \beta^{*}(g) = \int_0^{\infty} \beta(t)\exp(-gt)\mathrm{d}t.$$

と定義される（他の伝達関数 $\gamma^{*}(g)$，$\alpha^{*}(g)$，$\delta^{*}(g)$ についても同様に定義される)。伝達関数には，よく知られた以下のような性質がある。

$$0 < \beta^{*}(g) < 1 \text{ for } \forall g > 0, \frac{d\beta^{*}(g)}{dg} < 0, \lim_{g \to 0} \beta^{*}(g) = 1, \lim_{g \to \infty} \beta^{*}(g) = 0.$$

さて，以上の畳み込みを行った式(12)をそれぞれ逐次代入すると，最終的に次の式を得る。

$$1 = (1 + sr)\beta^{*}(g)\gamma^{*}(g)\delta^{*}(g). \qquad \cdots(13)$$

ただし，r は $r = (p - pk - wl)/pk$ と定義されるマークアップ率である。

この式(13)には着目すべき２つの内容がある――１つはそこに書かれている内容に，もう１つはそこに書かれていない内容に。以下，順に解説しよう。

---

9) ただし記号の負担を軽減するために，$x(0) \equiv x$ と初期値の表記を省略した。

そこに書かれている内容に着目するには，その式(13)をそのまま読めば良い。この式(13)は一見すると，積分方程式が３本も登場する記号だらけの複雑な式であるが，じ つは見た目よりもはるかに単純な構造をもっている。じっさい，s は仮定により外生パラメータであり，r も計算すれば外生パラメータであることがわかる[10)]。したがって，この方程式に登場する未知数は唯一 g しかない。一見複雑なこの方程式は，式が１本，未知数が１つであるから，論理的には中学校で習った１次方程式と同じである。したがって，この方程式を解けば成長率が求まる[11)]。つまり，この式(13)は，正の成長率の存在を保証する固有方程式であることがわかる。

そこに書かれていない内容に着目するためには，その式(13)に何が書かれていないかを読まねばならない。この方程式に書かれていないもの，それは $\alpha^*(g)$ である。そもそも伝達関数 $\alpha^*(g)$ は，固定資本が購入されてから補填されるまでの挙動の情報を要約した関数である。成長率を決定する固有方程式にこの関数が存在しないという事実は，固定資本の物的補填が，資本蓄積の動態を決定する上で何らの影響も及ぼさない，ということを意味している。これはいささか意外な事実だ。成長率は，商品資本と貨幣資本の他，純固定資本の挙動によって（そしてそれらによってのみ）その大きさが決定され，その既に決定された(所与の)成長率のもとで，粗固定資本の物的補填のスピードが決まるのである。

したがって，この固有方程式で着目すべきことは，正の成長率が決定されることと，その決定に際して固定資本の補填が何ら関与しないこととの２点である。では，この成長率のもとで固定資本も含めた資本ストックはどれだけの大きさになるのだろうか。

---

10) $r \equiv (p - pk - pwl)/pk = (1 - k - \omega l)/k$。$k$ と l は固定係数，実質賃金 ω は仮定により一定であるから，r は外生パラメータとなることは簡単にわかる。

11) 証明は Satoh[2009]を見よ。ただし，証明には高校で習った中間値の定理を用いている。

資本ストックの大きさを決定するには，資本の回転期間について分析の焦点を移さねばならない。

1.4. 資本の回転

商品・貨幣・生産資本の各資本ストックの水準を，回転期間を用いて明示してみよう。畳み込みの一連の方程式(12)と固有方程式(13)を，ストックの増加分を示す式(1)～(5)に逐次代入すると，次の各方程式を得る。

$$\begin{cases} C = pkx^{o}(1-\beta^{*})/g\beta^{*}, & \cdots(14) \\ M = pkx^{o}(1-\gamma^{*})/g\delta^{*}\beta^{*}\gamma^{*}, & \cdots(15) \\ P_{N} = pkx^{o}(1-\delta^{*})/g\delta^{*}\beta^{*}, & \cdots(16) \\ P_{G} = pkx^{o}(1-\alpha^{*})/g\delta^{*}\beta^{*}, & \cdots(17) \\ P_{D} = pkx^{o}(\delta^{*}-\alpha^{*})/g\delta^{*}\beta^{*}. & \cdots(18) \end{cases}$$

左辺は各資本ストックの水準であり，右辺の pkx^{o} は売上原価を意味しているから，右辺の残りの部分は定義上，各資本ストックに対する回転期間を意味している。

これら回転期間を明示している式(14)，(15)，(16)を用いると，純資本の水準 $K_{N}=C+M+P_{N}$ は次式で表現できる。

$$K_{N} = pkx^{o}\left(\frac{1-\delta^{*}\beta^{*}\gamma^{*}}{g\delta^{*}\beta^{*}\gamma^{*}}\right). \qquad \cdots(19)$$

これは，純資本が売上原価 pkx^{o} の回転期間倍によって表現できることを主張している。この回転期間の中には，たしかに α^{*} は含まれていない。

他方，式(14)，(15)，(17)を用いると，粗資本 $K_{G}=C+M+P_{G}$ は，次式で表現できる。

$$K_{G} = pkx^{o}\left(\frac{1-\delta^{*}\beta^{*}\gamma^{*}}{g\delta^{*}\beta^{*}\gamma^{*}}+\frac{\delta^{*}-\alpha^{*}}{g\delta^{*}\beta^{*}}\right). \qquad \cdots(20)$$

式(19)と(20)を見比べてみると明らかなとおり，拡大再生産経路上では，粗

資本の回転期間は純資本の回転期間よりも減価償却基金の回転期間（それは式(18)によって示されている）の分だけ大きい。既に指摘したとおり，粗資本額は，減価償却基金という「死に金」を抱えている分だけ嵩が増しているため，純資本額よりも大きくなる。もしも流動資本だけの世界ならばこのようなことは生じない。なぜならばその世界では$\alpha \equiv \delta$が成立しているため，粗資本と純資本とは恒等的に一致するからである。

では，固定資本が存在する世界で，現物の補填と価値の補填とが一致する条件である，$\alpha = \delta$という方程式が成立することはないのだろうか。

先行研究が導き出した衝撃的な点は，ある種の仮定のもとでは，拡大再生産経路上において，減価償却基金の存在により，必ず現物の補填と価値の補填とが乖離することを証明した点にある。すなわち，$\alpha = \delta$は必ず成立しない。以下では，先行研究が採用した仮定を採用した上で，実際に両者が乖離することを証明してみよう。

2．いわゆる「$D-R$」問題について

2.1. 問題を構成する諸仮定

ここでは，先行研究が暗黙のうちに採用しているモデルの諸仮定について明示しておこう[12)]。

まず，先行研究は例外なく商品資本と貨幣資本の存在を捨象しているため，ここでもその仮定を採用しよう。

仮定１［商品資本と貨幣資本の捨象］

商品資本と貨幣資本の存在は無視する。すなわち，

$$\beta^* = 1, \gamma^* = 1.$$

12) 数理モデルの先行研究を展望した論文については，すでに挙げた参考文献を参照のこと。この問題は，古くは Steindl [1952] および Domar [1957] らによって定式化された。ここでの問題の定式化は，Bródy [1970] を大いに参考にした。

　このとき，商品資本と貨幣資本とは存在しない。

すると，$K_G = P_G$，$K_N = P_N$ が成り立つ。結果的に $x^{\mathrm{p}} = x^{\mathrm{o}}$ も成り立つ。

　次に，減価償却の方法について次の定額法の仮定を採用する。

仮定２［定額法］

　減価償却 $D \equiv px^{\mathrm{d}} = pkx^{\mathrm{p}} = pkx^{\mathrm{o}}$ は，定額法でなされる。粗固定資本の耐用期間を n とすると，

$$D(t) = \frac{1}{n} P_G(t). \qquad \cdots(21)$$

すなわち，減価償却費は，耐用期間単位あたりの粗固定資本に等しい。

このとき，式(17)と(21)より，次式も成り立つ。

$$\delta^*(g) = \frac{1-\alpha^*(g)}{gn}. \qquad \cdots(22)$$

　さて，固定資本の補塡と購入との関係については，次の仮定がおかれる。

仮定３［耐用期間後の固定資本の補塡］

　購入されてから耐用期間 n を経た固定資本は，廃棄されると同時に補塡される。

$$R(t) = px^{\mathrm{pc}}(t) = px^{\mathrm{i}}(t-n). \qquad \cdots(23)$$

　すなわち，廃棄される固定資本は，n 期間前に購入したものである。

この仮定は，固定資本は耐用期間内であればその能力が一定であり，決して衰えることがないことを意味している。

　このとき，この仮定３の式(23)は，分布関数 α に関して次の仮定４の式(24)を採用していることと同値である。

仮定４［ディラックのデルタ関数］

$px^{\mathrm{pc}}(t)=px^{\mathrm{i}}(t-n)$ を成立させる分布関数 α は，$t=n$ のとき１をとり，他の時点で０をとるような分布関数である。すなわち，

$$\alpha(t-n)=\begin{cases}1, & t-n=0,\\ 0, & t-n\neq 0.\end{cases} \qquad \cdots(24)$$

これはディラックのデルタ関数（dirac delta function）である。

このとき $\alpha^{*}(g)$ は次のようになることが知られている。

$$\alpha^{*}(g)=\exp(-gn). \qquad \cdots(25)$$

これは，分布関数と伝達関数が一対一対応していることから直ちに従う。そして式(25)を(22)に代入すると，次式(26)が成り立つ。

$$\delta^{*}(g)=\frac{1-\exp(-gn)}{gn}. \qquad \cdots(26)$$

再び，伝達関数と分布関数とが一対一対応していることから，この伝達関数 δ^{*} と整合的な分布関数は，次の１つしか存在しないことが知られている。

仮定５［一様分布］

δ は，次のような分布関数である。

$$\delta(t)=\begin{cases}1/n, & 0\leq t\leq n,\\ 0, & t>n.\end{cases} \qquad \cdots(27)$$

すなわち，区間 $[0,n]$ における平均 $1/n$，分散 0 の一様分布である。

この仮定の含意は明らかだ。固定資本は，耐用期間内であればその能力が一定，いや一様であると仮定されているため，耐用期間内のどの時点においても一様に減価償却額を計上していることになる。

先行研究は暗黙のうちに，α に関してはディラックのデルタ関数，δ に関し

ては一様分布という，分布関数に関する特殊な仮定を採用していたと結論づけることができる。この２つの数学的仮定（式(24)と(27)，すなわち仮定４と５）が，定額法と耐用期間後の固定資本の補填という２つの経済学的解釈を可能とする仮定（式(21)と(23)，すなわち仮定２と３）をもたらしている。もちろん，逆は逆である。すなわち，定額法と耐用期間後の固定資本の補填という仮定を経済学的に採用するということは，とりもなおさず分布関数 α と δ とがディラックのデルタ関数と一様分布とであることを数学的に仮定しているのである。

以上の仮定のもとで，問題の所在を確認しよう。

2.2. いわゆる $D-R$ 問題

命題１［$D-R$ 問題］

仮定４と５のもとでは，以下の式が成り立つ。

$$D(t) > R(t) \quad \text{for} \quad \forall g > 0.$$

すなわち，減価償却額は固定資本補填額よりも常に大きい。

【証明】

式(12)の $D \equiv px^{\mathrm{d}} = pkx^{\mathrm{p}} = px^{\mathrm{i}}\delta^*(g)$ と $R \equiv px^{\mathrm{pc}} = px^{\mathrm{i}}\alpha^*(g)$ より，$g>0$ に対して，次の計算が成り立つのは明らかである。

$$\begin{aligned}
\frac{R(t)}{D(t)} &= \frac{\alpha^*(g)}{\delta^*(g)} \\
&= \frac{\exp(-gn)}{\dfrac{1-\exp(-gn)}{gn}} \\
&= \frac{gn}{\exp(gn)-1} \\
&= \frac{gn}{gn+\sum_{i=2}^{\infty}\dfrac{(gn)^i}{i!}} < 1.
\end{aligned}$$

ゆえに，$D(t) > R(t)$ が成り立つ。

この命題は，減価償却 $D(t)$ と補填額 $R(t)$ とが一致せず，必ず減価償却の方が大きくなることを主張している。これは，減価償却という名の貯蓄（すなわち供給要因）の方が，補填という名の投資（すなわち需要要因）よりも必ず大きくなることを主張しており，これは取りも直さず過剰蓄積が存在していることを意味している。これが正しければ，拡大再生産は，必ず過剰蓄積を伴うことになる。これは奇妙な結論である。というのも，拡大再生産経路上では必ず過剰蓄積を伴うため順調な拡大再生産が不可能であることを意味しているからである。なぜこの命題が成立するのだろうか。

この命題が成立する秘密は，証明の第１式，$R/D=\alpha^*(g)/\delta^*(g)$ にある。減価償却と補填額とが等しくなるためには，$\alpha=\delta$ でなければならない。然るに，仮定では減価償却の振る舞いと補填の振る舞いとを，それぞれ独立に規定した。より具体的には，減価償却の振る舞いを規定する α をディラックのデルタ関数，減価償却の振る舞いを規定する δ を一様分布と，それぞれ独立に仮定した。じつはこの２つを独立に仮定したことが $D-R$ 問題を引き起こしていたのである。そもそも，両者の振る舞いは相互に独立ではない。補填する分だけ減価償却を計上しなければ効率的な拡大は実現できず，減価償却を計上した分だけ補填していかねば貨幣滞留が生じてしまう。

減価償却 $D(t)$ と補填額 $R(t)$ とが乖離する理由，それは，分布関数 α と δ とを独立に仮定したからに他ならない。ここまで推論できれば，$D-R$ 問題を解決すること自体はじつに簡単である。

2.3. 問題の解決

この際，定額法，ディラックのデルタ関数，一様分布などの既存の諸仮定とはきれいさっぱりおさらばしよう。その上で，次の命題が成り立つ。

命題２［$D-R$ 問題の解決］

分布関数 α と δ とが同一の分布関数である場合，すなわち $\alpha=\delta$ の場合，次

式が成り立つ。

$$D(t)=R(t).$$

すなわち，固定資本の貨幣形態での補塡と現物形態での補塡とは一致する。

この証明は定義より自明である。このとき，次式が成り立つ。

$$\frac{K_G(t)}{D(t)}=\frac{K_N(t)}{D(t)}=\frac{1-\delta^*}{g\delta^*}=\frac{1-\alpha^*}{g\alpha^*}.$$

粗固定資本の回転期間と純固定資本の回転期間とは等しい。

したがって，$\alpha=\delta$ のもとで，正の拡大再生産経路が存在する。じっさい，拡大再生産経路上での成長率は，固有方程式(13)より，次式で決定される。

$$1=(1+sr)\beta^*(g)\gamma^*(g)\delta^*(g)=(1+sr)\beta^*(g)\gamma^*(g)\alpha^*(g).$$

これによって，本稿が挑戦の１つであった，貨幣形態での補塡と現物形態での補塡とを一致させるような拡大再生産経路の存在が証明できたことになる。

さて，これで本稿が挑戦すべき１つ目の問題，すなわち $D-R$ 問題は解決である。あと残されているのは，理論的問題というよりも，理論をどう特定化するかという具体的問題である。すなわち，分布関数 α と δ とをどう特定化し，それによって減価償却方法をどう特定化するかという問題だ。じつのところ，この特定化作業は，成長率の解の存在証明のためには不必要な作業だ。とはいえ，既存の理論は，理論的問題と具体的問題を峻別できなかったために相当な混乱を生んだ。以下の記述は混乱の収拾作業に当てられる。

さっそく本稿の２つ目の挑戦である，減価償却方法を特定化してみよう。

３．減価償却方法の特定化

特定化の際に気をつけねばならないことは，分布関数 α，分布関数 δ，そして固定資本の減価償却方法 $(1-\delta^*)/g\delta^*$ の３つは，お互いに独立ではなく，１

つが決まると残りの２つは（条件 $\alpha=\delta$ の存在により）自動的に決まってしまうという点である。言い換えれば，分布関数を１つ指定すると，条件 $\alpha=\delta$ により２つの分布関数が決まり，同時に減価償却方法 $(1-\delta^*)/g\delta^*$ も決まることになる。逆に，伝達関数と分布関数が一対一対応していることから，減価償却方法が特定化されると，分布関数が一意に定まることになる。

ここまでは，ディラックのデルタ関数，一様分布，減価償却方法の３つについてそれぞれ独立に仮定したが，以下ではそれらのうち１つを導入すると，残りがどのようなものに決まるかを見ていくことにしよう[13)]。

3.1. 回転期間が n の場合

まず最も簡単なケース，すなわち純固定資本の回転期間が n となる場合について見てみよう。それは事実上，次の減価償却方法を採用することと同じである。

仮定６［定率法］

減価償却 $D\equiv px^{\mathrm{d}}=pkx^{\mathrm{p}}=pkx^{\mathrm{o}}$ は，定率法でなされる。定率法による償却期間を n とすると，次の式が成り立つ。

$$D(t)=\frac{1}{n}P_N(t). \qquad \cdots(28)$$

すなわち，減価償却は，耐用期間単位あたりの純固定資本である。

もちろん，条件 $\alpha=\delta$ のもとでは，定率法は結果的に定額法と一致する。それは両者の定義から直ちに従う。

このとき，伝達関数 α^* と δ^* について，式(16)と(28)より，次式が成り立つ。

13）なお，減価償却方法については例えば高山[1983]を参照のこと。

$$\alpha^*(g)=\delta^*(g)=\frac{1}{1+gn}. \qquad \cdots(29)$$

この伝達関数(29)を満たすような分布関数は，じつは１つ（そしてただ１つ）しか存在しない。それは，次のようなものだ。

仮定７［指数分布］

仮定６［定率法］のもとで，t 時点の補填額 $R(t)$ が，ちょうど減価償却 $D(t)$ に等しくなるような分布関数は，次のような分布関数である。

$$\alpha(t)=\delta(t)=\frac{1}{n}\exp\left(\frac{1}{n}t\right). \qquad \cdots(30)$$

すなわち，平均 n，分散 n^2 の指数分布である。

逆に言えば，純固定資本の回転期間を n とおく定率法と指数分布との組み合わせ（式(28)と(30)，あるいは仮定６と７）は，$D-R$ 問題を解決することができる。ただしこのとき，固定資本の購入から補填にいたる分布関数 α も指数分布に従うことが仮定されねばならない。逆に，α がディラックのデルタ関数に従うと仮定した場合は，どのようになるだろうか。

3.2. ディラックのデルタ関数の場合

分布関数がディラックのデルタ関数に従う場合を考える。耐用期間を引き続き n とすると，式(25)より，

$$\alpha^*(g)=\delta^*(g)=\exp(-gn).$$

これは，減価償却方法として，次の方法を仮定することと同じである。

仮定８［償却基金法］

減価償却 $D\equiv px^{\mathrm{d}}=pkx^{\mathrm{p}}=pkx^{\mathrm{o}}$ は，償却基金法でなされる。このとき，

$$D(t)=\frac{g}{\exp(gn)-1}P_G(t). \qquad \cdots(31)$$

すなわち，減価償却は，償却基金の複利利息合計が粗固定資本に等しくなるように行われる。

これは直感的にいえば，n 期間後に粗固定資本額が回収できるよう，減価償却費を償却基金として外部運用する方法である。ただし，このモデルにおいてはその時の運用利回りは成長率である。じっさい，減価償却を初期時点から g の複利利回りで運用すると，次式が成り立つ。

$$D\int_0^n \exp(gt)\mathrm{d}t=D\frac{\exp(gn)-1}{g}=P_G.$$

これはもちろん，償却基金法による減価償却方法の式(31)と合致する。

したがって，ディラックのデルタ関数と償却基金法との組み合わせ（式(24)と(31)，あるいは仮定４と８）は，$D-R$ 問題を解決できることがわかる。

残るは，一様分布の場合である。

3.3. 一様分布の場合

分布関数が一様分布に従う場合を考える。耐用期間を引き続き n とすると，式(26)より，

$$\alpha^*(g)=\delta^*(g)=\frac{1-\exp(-gn)}{gn}.$$

これは，次式を仮定することと同じである。

仮定９ [μ 倍定率法]

減価償却 $D\equiv px^{\mathrm{d}}=pkx^{\mathrm{p}}=pkx^{\mathrm{o}}$ は，μ 倍定率法でなされる。このとき，

$$D(t)=\mu\frac{1}{n}P_N(t). \qquad \cdots(32)$$

ただし，μ は次のように定義される乗数である[14)]。

$$\mu\equiv\left(\frac{1}{1-\exp(-gn)}-\frac{1}{gn}\right)^{-1}. \qquad \cdots(33)$$

すなわち，減価償却は，純固定資本に対して，その回転率 $1/n$ を μ 倍したものに等しい。

この減価償却方法は，定額法の償却率である $1/n$ を μ 倍した値を償却率とする特殊な定率法である。μ は１よりも大きな値（たいていは２近辺）に設定され，定額法よりも速いスピードで償却される。税法上の優遇措置として採用されることの多い償却法だが，いずれにしても補填のスピードを早めることになる。

さて，この乗数 μ が取り得る値には明確な範囲がある。$gn=x>0$ とおいた上で確認してみよう。

命題３［μ の範囲］

μ の値は，１から２までの値をとる。

14) この乗数の逆数は，ディラックのデルタ関数と一様分布が仮定されているもとでの，純固定資本／粗固定資本の値に等しい。この値は数理モデルで減価償却を扱った多くの論文に散見される。また，この値は初期値同士の比率であるが，純固定資本の初期値を分母，粗固定資本の収束値を分子にとったものは，いわゆるローマン・ルフチ効果（別名マルクス・エンゲルス効果）における拡大乗数である。その値は，耐用期間に応じて１から２までの値をとる点で μ と同じ性質をもっている。ローマン・ルフチ効果についての数理的な扱いは守の一連の著作の他，山田・山田[1961]および Wada[1969]を参照のこと。

【証明】定義式(33)式より，μ が x の連続関数であるのは明らか。さらに，

$$\lim_{x\to\infty}\mu=\left(\frac{1}{1-\exp(-x)}-\frac{1}{x}\right)^{-1}=1$$

$$\lim_{x\to 0}\mu=\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x+\frac{x^2}{2!}+\cdots}{x+\frac{x^2}{2!}+\cdots}-\frac{1}{x}\right)^{-1}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x+x^2+\frac{x^3}{2!}+\cdots-x-\frac{x^2}{2!}-\cdots}{x^2+\frac{x^3}{2!}+\cdots}\right)^{-1}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\frac{1}{2}x^2+\frac{3-1}{3!}x^3+\cdots}{x^2+\frac{x^3}{2!}+\cdots}\right)^{-1}$$

$$=2$$

したがって，乗数は１から２までの間をとる[15)]。

この μ 倍定率法が採用されることによって，定額法よりも速いスピードで償却が行われていることになるだろうが，いずれにしても，一様分布と μ 倍定率法との組み合わせ（式(26)と(32)，あるいは仮定５と９）は，$D-R$ 問題を解決できることがわかる。

以上により，本稿が挑戦すべき２つ目の問題，すなわち貨幣形態での補填と現物形態での補填とを一致させるような減価償却方法の存在は，十分すぎるほど証明されたと言うべきであろう。

15) 特に乗数が２のとき，２倍定率法または200%定率法と呼ぶ。日本では，2011年の税制改正により，2012年４月以後に取得された減価償却資産については200%定率法が採用されている。

おわりに　結論にかえて

振り返ってみれば，$D-R$ 問題とは，問題ならざる問題であったようだ。それが問題として成立していたのは，その２つが乖離する恣意的な経済の傾向があったからではなく，２つが乖離するような恣意的な経済学者の仮定があったからである。具体的には，物的補填と購入との間の分布関数 α にディラックのデルタ関数を，減価償却費と購入との間の分布関数 δ に一様分布を，それぞれ仮定していたことによる。したがって，それらの仮定を外し，代わりに $\alpha=\delta$ を仮定すれば，問題は解決――というよりも消滅――する[16)]。

$D=R$ を成立させるような，分布関数と減価償却方法との間の組み合わせには，いくつものバラエティがある。$\alpha=\delta$ が成立しているもとで，分布関数に指数分布が指定されていれば定率法が，ディラックのデルタ関数が指定されていれば償却基金法が，一様分布が指定されていれば μ 倍定率法が，それぞれ指定されることになる。もしも他の分布関数を指定すれば，他の減価償却方法が指定されることになるだろう。

しかしながら，$D-R$ 問題が生じないからといって，全般的過剰生産の問題それ自体が生じないわけではない。本稿のモデルで全般的過剰生産が生じない理由は，正にそれが生じないような仮定が採用されていたからに過ぎない。それは，貨幣資本が存在しないという $\gamma^*=1$ の仮定である。ひとたびこの仮定を外してしまえば，貨幣の収入と支出との間にギャップが生まれ，貨幣資本の滞留が生じるはずである。このとき，かりに $\alpha=\delta$ が成立していたとしても，それは全般的過剰生産を食い止めるためにはもはや何らの役にも立たない[17)]。

---

16) したがって，$D-R$ 問題をもって「恐慌の必然性」が論証されると考えたり，「過剰生産の不可避性」が確証されると考えたりすれば，それはもちろん誤りである。

17) 先行研究の混乱の一端は，固定資本の補填問題を解決することと，全般的過剰生産の問題を解決することを混同していたことにある。あるいは，固定資本の補填という特殊な問題を，全般的過剰生産という一般的な問題と取り違えていたのである。論者たちは，補填問題を論じるために着目すべき関数が α と δ である一方，全般的

全般的過剰生産を生じさせない方法は，もはや減価償却方法にあるのではなく，資金調達方法にある。したがって，再生産表式論における問題の解決は，信用論における問題のはじまりなのである。

次なる研究のはじめの一歩は，もはや別稿に委ねられなければならない。

参考文献

Bhaduri A. [1972], "Amortisation Funds: A Mathematical Treatment," *The Economic Journal*, 82(326), pp.674-677.

Bródy A. [1970], *Proportion, prices and planning*, Amsterdam: North-Holland Publishing Co.

Domar, E. [1957], *Essays in the Theory of Economic Growth*, New York: Oxford University Press. (宇野健吾(訳)『経済成長の理論』東洋経済新報社，1959年)

Foley, D. K. [1982], "Realization and Accumulation in a Marxian Model of the Circuit of Capital," *Journal of Economic Theory*, 28(2), pp.300-319.

Foley, D. K. [1986], *Money, Accumulation and Crisis*, New York: Harwood Academic Publishers.

Wada, S. [1969], "An Alternative proof of Kakeya's theorem and the 'Lohmann-Ruchti Effect'," *Bulletin of University of Osaka Prefecture*, Series D, Sciences of Economy, Commerce and Law, 13, pp.1-5.

Satoh, T. [2009], "A Synthesis of Heterodox Economic Approaches: From the Perspective of the Motion of Capital," *ICES Working Paper Series*, Hosei University, No.146.

Steindl, J. [1952], *Maturity and Stagnation in American Capitalism*, Oxford: Basil Blackwell. (宮崎義一ほか(訳)『アメリカ資本主義の成熟と停滞』日本評論新社，1962年)

足立英之[1984]「投資，置換および減価償却」『国民経済雑誌』150(3)，1-22頁。

高須賀義博[1968]『再生産表式分析』新評論社。

高山朋子[1983]　『現代減価償却論』白桃書房。

富塚・井村編[1990]『資本論体系第４巻　資本の流通・再生産』有斐閣。

過剰生産を論じるために着目すべき関数が γ であるという，着目すべき関数の違いを見抜けなかったのである。

守健二[2003]「減価償却基金と拡大再生産」『研究年報経済学』（東北大学）64(4)，17-30頁。

守健二[2004]『資本と時間の政治経済学』八朔社。

守健二（編著）[2014]『恐慌論の論点と分析』創風社。

山田欽一・山田克巳[1961]「拡大再生産と固定資本の補填」『一橋論叢』46(5)，531-538頁。